Toulouse School of Economics

Menu de Contrats pour les Concessions d'Autoroutes

P. Bontems, M.-F. Calmette et D. Martimort

Janvier 2023

Economics for the common good

Menu de Contrats pour les Concessions d'Autoroutes*

Philippe Bontems† Marie-Françoise Calmette‡
David Martimort§

Janvier 2023

*Nous remercions Jennifer Siroteau et Nicolas Wagner (ART) pour avoir initié cette recherche, pour de nombreuses discussions nous ayant permis d'en définir les contours et de nombreuses remarques ayant permises d'améliorer une première version du document. Toutes les erreurs demeurent néanmoins de notre seul fait.

†Toulouse School of Economics (INRAe)
‡Toulouse School of Economics (UT1C)
§Toulouse School of Economics (EHESS)

Avertissement

Ce document est un article de contribution visant à alimenter les réflexions de l'Autorité de régulation des transports dans le cadre de son second rapport sur l'économie générale des concessions. Il met à disposition des analyses et propose des pistes pour mieux réguler le secteur des autoroutes en s'appuyant sur les enseignements de la théorie économique. Ce document n'engage que ses auteurs et ne représente pas l'opinion de l'Autorité de régulation des transports.

Résumé

En France, plus de 77 % du réseau autoroutier est concédé par l'État à des sociétés concessionnaires. Périodiquement, elles se voient confier la construction d'infrastructures non prévues dans leur contrat de concession, en contrepartie d'une augmentation des péages. Dans la pratique, cela donne lieu une négociation de gré à gré entre l'État, en tant que concédant, et le concessionnaire qui est formalisé par un avenant au contrat. Généralement, la contractualisation d'un avenant suit une logique de contrat à prix fixe, c'est-à-dire que le concessionnaire est remboursé sur le fondement de ses coûts prévisionnels.

Or le concédant se heurtent à une asymétrie d'information : les ouvrages autoroutiers sont des objets complexes, soumis à des aléas de réalisation, et doivent être effectués par un concessionnaire en situation de monopole et qui a de meilleures informations que le concédant sur les coûts intrinsèques des travaux. En conséquence, le concessionnaire, en donnant une estimation excessive de son coût, peut tirer de son information privée une rente financière.

Nous proposons ici de fournir un cadre théorique, celui de la théorie des contrats, pour illustrer comment il est possible de limiter les conséquences d'une asymétrie d'information lors de la négociation d'avenants. Deux cas d'école sont considérés : le contrat à prix fixe (ou "*fixed price*"), où le concédant offre un paiement fixe indépendant du coût finalement réalisé, correspond à une situation où le risque est entièrement transféré au concessionnaire, car le paiement ne dépend pas des coûts réels et n'est pas ajusté lorsque ceux-ci sont connus. Dans ce type de contrat, le concessionnaire est incité à optimiser ses coûts, à fournir un effort, non observable, qui accroît son efficacité, puisque c'est lui qui bénéficiera de l'intégralité de l'économie de coût réalisée. Au contraire, dans le deuxième type de contrat, remboursement des coûts (ou " *cost plus*"), le concédant ne transfère aucun risque au concessionnaire puisqu'il s'engage à le rembourser de ses coûts quel que soit le coût final. Le concessionnaire n'a alors aucune incitation à exercer un effort (puisqu'il est toujours remboursé de son coût) mais n'a aucune rente financière.

Au-delà des contrats types *cost plus* et *fixed price*, la littérature a montré que le concédant peut maximiser le surplus social espéré en proposant un "menu" optimal, un ensemble de contrats, chacun étant caractérisé par un niveau d'incitation à l'effort et de rentes différent. Le concessionnaire choisit l'option qui lui convient le mieux dans le menu, révélant ainsi son coût. Nous montrons qu'un menu simple à seulement deux options, prix fixe ou remboursement des coûts, permet d'atteindre une part significative des gains obtenus par le menu optimal. Dans le cas des autoroutes, le système actuel de prix fixe pur pourrait être amélioré par l'introduction d'une option remboursement des coûts à même d'attirer le concessionnaire si le coût intrinsèque est élevé tout en réduisant le prix fixe à payer si le coût intrinsèque est faible. Pour cela, il faut et suffit que les gains d'efficacité attendus de l'effort ne soient pas trop importants.

1 Introduction

En France, plus de 77 % du réseau autoroutier est concédé par l'État à des sociétés concessionnaires d'autoroutes. En échange du droit de percevoir un péage, elles sont chargées de construire, d'entretenir et d'exploiter un réseau autoroutier. Périodiquement, elles se voient confier la construction d'infrastructures nouvelles, c'est-à-dire non prévues dans leur contrat de concession, en contrepartie d'une augmentation des péages. Dans la pratique, cela donne lieu une négociation de gré à gré entre l'État, en tant que concédant, et le concessionnaire. La négociation est formalisée par un avenant au contrat qui s'inscrit souvent dans le cadre d'un plan d'investissement (par exemple, le plan de relance autoroutier de 2015 ou le plan d'investissement autoroutier de 2018).

Généralement, la contractualisation d'un avenant suit une logique de contrat à prix fixe, c'est-à-dire que le concessionnaire est remboursé sur le fondement de ses coûts prévisionnels. Précisément, l'avenant octroie au concessionnaire une hausse de péage en échange de la réalisation de l'infrastructure envisagée. Celle-ci est établie de sorte que les recettes additionnelles tirées de la hausse couvrent les dépenses pour la construction, l'entretien et l'exploitation de la nouvelle infrastructure, ainsi que la rémunération du capital investi. La hausse est calculée à la contractualisation en s'appuyant sur des hypothèses *ex ante* quant aux coûts de l'opération, mais aussi quant aux recettes attendues (celles-ci dépendant en particulier du trafic réel sur l'autoroute jusqu'à la fin de la concession). L'avenant est signé aux "risques et périls" du concessionnaire : si, *ex post*, les charges qu'il supporte s'avèrent plus élevées que prévu ou bien les recettes moindres qu'anticipé, il ne pourra demander une compensation au concédant. À l'inverse, si la situation est plus favorable que les hypothèses prises pendant la négociation, il n'est pas tenu de restituer les gains qu'il en retire. La négociation des paramètres de calcul de la hausse de péage est donc particulièrement critique pour le concessionnaire comme pour le concédant.

Les négociations des avenants sont au cœur des critiques sur le système concessif. Ainsi, selon l'Autorité de la concurrence [1] et la Cour des comptes [2], le rapport de force entre les concessionnaires historiques et l'État concédant est déséquilibré en défaveur de ce dernier. Lors de négociations d'avenants qui concernent des travaux dont

1. ADLC, avis,17 sept.2014, n°14-A-13, p.54, p.104.
2. Les relations entre l'État et les sociétés concessionnaires d'autoroutes, Communication à la commission des finances de l'Assemblée nationale, Cour des comptes, 24 juill.2013, p. 85.

l'importance et la technicité "exigent une qualification technique particulière et des savoir-faire éprouvés", le concédant "ne disposerait plus toujours de compétences techniques, juridiques et financières pour négocier d'égal à égal avec des opérateurs économiques déterminés et bien conseillés". [3] L'Autorité de régulation des transports, comme le concédant, se heurtent à une asymétrie d'information importante : les ouvrages autoroutiers sont des objets complexes, non standard et soumis à des aléas de réalisation.

Les enseignements de la théorie des contrats pourraient éclairer certains points de ces négociations. En particulier, elle propose un outil contractuel, les menus de contrats, qui est particulièrement adapté. Nous proposons ici de fournir un cadre théorique pour illustrer comment la mise en œuvre d'un menu de contrats peut limiter les conséquences d'une asymétrie d'information lors de la négociation de contrats. Les résultats analytiques ci-dessous, inspirés de la littérature, montrent qu'une telle approche est efficace du point de vue collectif, même dans des cas très généraux. Ils soulignent en particulier qu'un menu de contrats très simple pourrait être mis en œuvre et que son paramétrage, essentiel pour le bon fonctionnement du mécanisme, pourrait être affiné avec le temps.

Le modèle proposé ci-après est donc pertinent pour analyser à la fois les enjeux de régulation économique et ceux de la commande publique. Afin de recentrer notre analyse sur le problème, à savoir la négociation d'avenants de contrats de concessions, nous décrirons les problématiques rencontrées par un concédant (le principal selon la terminologie de la théorie des contrats) qui souhaite déléguer, par contrat, une tâche à un concessionnaire (l'agent selon la terminologie de la théorie des contrats).

2 Problématisation

2.1 Les enjeux de la négociation des avenants aux contrats de concession sous le prisme de la théorie des contrats

Le problème auquel nous nous intéressons peut être résumé de la façon suivante. Considérons un concessionnaire en charge de la gestion, l'exploitation et l'entretien

3. Fabrice Melleray, " Déséquilibres contractuels ", AJDA 2014, p. 1793.

d'un réseau autoroutier. Le concédant souhaite qu'un investissement supplémentaire soit réalisé sur ce réseau, par exemple un échangeur ou bien un passage à faune. Si celui-ci n'est pas prévu dans le contrat, le concédant doit établir un avenant au contrat de concession existant.

On suppose que le concédant se comporte en planificateur bienveillant : son objectif est de maximiser le surplus social, c'est-à-dire la somme du surplus des usagers de l'autoroute, (net du paiement du péage) et du profit du concessionnaire (éventuellement affecté d'une pondération), tout en prenant en compte le coût budgétaire d'un éventuel transfert monétaire à celui-ci (en cas de subvention publique par exemple).

Plusieurs possibilités de contractualisation s'offrent au concédant, mais deux "cas d'école" sont utiles à considérer pour appréhender le problème :

— Le contrat à prix fixe ("*price cap*" ou "*fixed price*") où le concédant offre un paiement fixe indépendant du coût finalement réalisé. Il correspond à une situation où le risque est entièrement transféré au concessionnaire, car le paiement ne dépend pas des coûts réels. Dans la pratique, les modalités classiques de négociation des avenants sont effectivement (ou tout du moins peuvent être interprétées comme) un *price cap* : une hausse de péage autorisée est calculée sur le fondement des coûts et du trafic prévisionnel et n'est pas ajustée par la suite pour prendre en compte les éventuels écarts avec les prévisions.

— Le contrat à coût remboursé ("*cost plus*") où le concédant s'engage à rembourser les coûts du concessionnaire quel que soit le coût finalement réalisé. Dans la pratique, plusieurs modalités sont envisageables : par exemple, le concessionnaire et le concédant s'accordent sur une hausse de péage *ex ante* et un transfert monétaire *ex post* pour équilibrer recettes et charges en fonction des coûts et des recettes réalisés.

En termes de partage de risque [4], les contrats en termes de ces deux types de contrats sont polaires : le premier transfère tous les risques au concessionnaire ; au contraire, le second n'en transfère aucun puisque le concessionnaire a la garantie de recouvrer

4. Dans l'essentiel de l'article, à l'exception de la section 5, on fera l'hypothèse que le concessionnaire est en information parfaite : dans ce cas, le terme partage de risque est impropre puisque le concessionnaire ne supporte par à proprement parler de risque. Néanmoins, cette image est utile puisqu'elle permet de comprendre intuitivement la différence entre les différents types de contrat. Par ailleurs, même sous cette hypothèse, les contrats agissent bien sur le niveau de risque qui est supporté par le concédant, celui-ci n'étant pas, en général, pas en situation d'information parfaite.

ses coûts quoi qu'il arrive. Entre ces deux extrêmes, il existe une infinité de types de contrats transférant partiellement les risques au concessionnaire.

Or, dans son choix de contractualisation, le concédant doit prendre en compte deux écueils résultant de l'asymétrie d'information entre concessionnaire et concédant, et aboutissant à octroyer au concessionnaire une rente informationnelle (financière ou organisationnelle).

En premier lieu, il existe un phénomène d'asymétrie de négociation qui résulte de deux facteurs. D'une part, le concessionnaire dispose de plus d'information sur le coût "intrinsèque" de l'opération d'investissement à réaliser. Par exemple, il connaît mieux l'état du patrimoine qu'il exploite et qu'il dispose d'une expertise interne et de moyens plus importants pour réaliser des études de coûts [5]. Il connaît aussi ses coûts propres et est donc en positon d'identifier des marges d'optimisation. D'autre part, seul le concessionnaire peut réaliser l'infrastructure en question. Le concédant doit donc garantir sa participation en lui proposant des conditions suffisamment favorables (il ne peut faire travailler le concessionnaire à perte). Par conséquent, le concessionnaire, en donnant une estimation excessive de son coût, peut tirer de son information privée une rente financière qui dépend du type de contrat qui lui est proposé. Généralement, il s'agit en fait d'une problématique de sélection adverse : l'asymétrie d'information pousse le concédant à surcompenser le concessionnaire.

En second lieu, un problème d'aléa moral peut se poser. En effet, le concessionnaire peut plus ou moins optimiser ses coûts en jouant par exemple sur la conception de l'infrastructure ou bien en choisissant judicieusement ses stratégies d'achat. Comme dans la plupart des modèles, nous capturerons la possibilité d'aléa moral en faisant l'hypothèse que le concessionnaire peut faire (ou non) un effort (et ainsi renoncer à une rente opérationnelle), non observable, qui accroît son efficacité. Cet effort a un coût, une désutilité pour le concessionnaire qui ne fera donc un effort que s'il en tire une rente financière. Il y a là-aussi une asymétrie d'information entre le concessionnaire et le concédant. Le concédant n'observe que le coût final réalisé mais il ne peut savoir lorsqu'il observe ce coût final, ce qui est dû à l'effort éventuel

5. Un élément important dans le secteur autoroutier est que les opérations à réaliser sont particulièrement difficiles à comparer. Le prix d'un échangeur peut coûter plus ou moins cher selon son dimensionnement, sa localisation et ses conditions de réalisation. Au final, chaque opération est un objet unique et par conséquent l'observation répétée de coût de réalisation ne renseigne le concédant qu'imparfaitement sur le coût intrinsèque d'une opération. Par conséquent, sauf à réaliser des études de chiffrage très coûteuses et à collecter des données importantes auprès du concessionnaire, il sera vraisemblablement en situation d'asymétrie d'information.

du concessionnaire et ce qui est inhérent à son coût intrinsèque.

C'est bien la conjonction, en situation d'information incomplète pour le concédant, de l'asymétrie de négociation et du problème d'aléa moral qui rend le choix contractuel difficile. S'il n'y avait qu'un problème d'asymétrie de négociation (et donc de rente financière), le concédant pourrait simplement proposer un contrat *cost plus* au concessionnaire : il éviterait alors de façon certaine que le concessionnaire bénéficie d'une rente financière. Mais du fait de l'aléa moral, le contrat *cost plus*, qui n'incite pas le concessionnaire à optimiser ses coûts, lui octroie une rente opérationnelle qui pourrait s'avérer plus importante que la rente financière. Au contraire, dans un contrat *price cap* ou *fixed price*, le concédant offre un paiement indépendant du coût finalement réalisé. Le concessionnaire est alors seul bénéficiaire de ses économies de coûts, et il est incité à faire un effort que le concédant n'a pas besoin d'observer. Le contrat *fixed price* résout donc le problème d'aléa moral mais laisse entier celui d'asymétrie de négociation.

Le concédant doit donc arbitrer entre fournir des incitations à l'effort et supprimer la rente financière. Étant en information asymétrique, il ne peut en effet espérer annuler la rente d'un concessionnaire tout en s'assurant que celui-ci soit parfaitement incité à minimiser ses coûts. En revanche, il peut concevoir un contrat alignant, autant que possible, les incitations du concessionnaire sur l'intérêt collectif. En d'autres termes, il s'agit de concevoir un contrat qui maximise le surplus social espéré [6].

Pour ce faire, au-delà des contrats de type *cost plus* et *price cap* ou *fixed price*, la littérature s'est intéressée aux menus de contrats. Le principe est simple : le concédant propose au concessionnaire un ensemble de contrats, chacun étant caractérisé par un niveau d'incitation à l'effort différent. [7] Le concessionnaire est libre de choisir le contrat qu'il préfère au sein de ce "menu". La littérature scientifique a montré que le concédant peut construire des menus de contrats qui maximisent le surplus social espéré compte tenu de son incertitude sur les coûts du concessionnaire. Le menu de contrats est alors conçu pour qu'à travers son choix, le concessionnaire révèle, à chaque avenant, ses anticipations concernant ses propres coûts (en lui offrant, à coûts effectifs donnés, des revenus supérieurs si ses coûts prévisionnels sont proches de leurs coûts effectifs). *In fine* un menu contrat permet de distinguer, dans les coûts

6. Nous parlons ici d'"espérance mathématique" puisque nous nous plaçons en univers incertain pour le concédant.

7. De manière équivalente, on peut parler de partage de risque entre le concédant et le concessionnaire

effectifs, ce qui relève, d'une part, des coûts intrinsèques d'une opération (ceux liés à ses spécificités techniques) et, d'autre part, de l'effort du concessionnaire (le degré d'optimisation des coûts du concessionnaire).

Le présent article montre que le recours à des menus de contrats simples, où le concessionnaire choisirait entre une option *cost plus* et une option *price cap* ou *fixed price*, permettrait une négociation plus efficace des avenants. Cette approche améliore en effet, par rapport à la pratique actuelle, l'arbitrage entre la rente financière qui peut être laissée au concessionnaire pour l'inciter à minimiser ses coûts et la rente opérationnelle qui peut lui être laissée si les gains d'efficacité attendus sont limités. Sa mise en œuvre nécessite cependant un exercice de calibrage *a priori* difficile, faute de quoi ce schéma pourrait s'avérer inefficace. L'article présente donc des pistes pour paramétrer le menu de contrats.

2.2 La modélisation de la négociation d'un avenant selon les termes de la théorie des contrats

Pour représenter de façon simple le problème nous intéressant, nous avons besoin de préciser la structure de coût de l'infrastructure, les sources de financement possibles, à savoir les recettes de péage et la subvention publique éventuelle, ainsi que l'objectif de la puissance publique et la façon dont celle-ci arbitre entre usagers, contribuables et concessionnaire. Enfin, la structure informationnelle ("Qui observe quoi ?") doit également être soigneusement précisée puisqu'elle va fortement conditionner la négociation des avenants aux contrats de concession.

On considère une infrastructure que le concédant souhaite faire réaliser par le concessionnaire en réalisant un avenant au contrat. Le coût de cette infrastructure, noté C, dépend à la fois de paramètres exogènes, telles que la structure et la complexité du projet, mais aussi d'un effort de management exercé par le concessionnaire. Formellement, nous adopterons donc la modélisation suivante :

$$C = \theta - e$$

où le paramètre θ désigne le coût intrinsèque du projet à réaliser, tandis que e représente l'effort de la firme. En d'autres termes, l'effort de management permet d'aboutir à un coût effectif du projet inférieur à son coût intrinsèque.

Le coût intrinsèque θ est un paramètre qui constitue une information privée pour le concessionnaire. En effet, on suppose que, grâce à son expertise, il est le seul à pouvoir apprécier suffisamment finement les circonstances entourant la réalisation des travaux demandés. En effet, le concessionnaire est en mesure de faire une étude de prix de revient bien plus détaillée que le concédant et a un niveau de connaissance fin du contexte, par exemple en termes de géotechnique ou concernant l'état des ouvrages d'art. Plus généralement, l'incertitude du concédant indique aussi qu'il ne connaît pas parfaitement l'efficacité du concessionnaire dans la réalisation de l'infrastructure à réaliser car celle-ci peut varier d'un concessionnaire à l'autre.

Cela ne signifie pas que le concédant est totalement démuni d'information ; simplement celle-ci est supposée moins précise que celle disponible pour le concessionnaire. On supposera donc que l'information sur θ possédée par le concédant consiste en une loi de probabilité de distribution F, de densité $f = F'$ et de support $\Theta = [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$; autant de grandeurs que nous supposerons également connaissances communes pour toutes les parties en présence. Le concédant aura une information d'autant plus imprécise que, par exemple, à densité donnée, le support Θ est large, ou alors que, à support donné, la densité est relativement constante. [8]

De même, l'effort e est une variable de risque moral, non observable par une tierce partie. La désutilité associée, pour le concessionnaire, sera notée $\psi(e)$ en supposant que non seulement la désutilité mais aussi la désutilité marginale croissent avec celui-ci (soient les hypothèses suivantes, $\psi' > 0$, $\psi'' > 0$). On fera également l'hypothèse que l'absence d'effort e n'implique aucun coût pour le concessionnaire, soit $\psi(0) = 0$.

Bien que la structure d'information du modèle soit connaissance commune, le concédant en charge de la rédaction des contrats régissant la relation avec le concessionnaire ignore à la fois la réalisation du paramètre θ et le choix de l'effort e effectué par ce dernier. Pour garantir la participation du concessionnaire, le concédant sera donc contraint de s'assurer que ce dernier réalise un profit même en cas de situation défavorable, c'est-à-dire même lorsque $\theta = \bar{\theta}$. Le modèle agrège donc des considérations d'antisélection (correspondant au phénomène d'asymétrie de négociation évoqué plus haut) et de risque moral (Laffont et Martimort, 2002, Chapitre 7).

Pour financer l'infrastructure, les usagers de l'infrastructure s'acquittent d'un

8. Nous faisons également l'hypothèse technique que F est log-concave, soit $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$. Cette hypothèse, classique dans la littérature sur le modèle Principal-Agent, est vérifiée par la plupart des distributions usuelles (uniformes, normales, exponentielles, beta, etc. Voir Bagnoli et Bergstrom (2005)). Elle sera utile pour caractériser le contrat optimal de concession en information incomplète.

péage p pour son utilisation. À ce prix, la demande de service sera notée $D(p)$ et nous ferons l'hypothèse classique que la demande décroît avec le prix, soit $D' < 0$. Les usagers retirent alors un surplus $S(D(p)) = \int_0^p D(\tilde{p})d\tilde{p}$ des services apportés par l'infrastructure et cherchent à maximiser le surplus net de la dépense.

• Exemple : pour illustrer notre propos et fournir une fondation microéconomique à ces fonctions de demande et de surplus agrégés, nous pourrions considérer le cas d'une population hétérogène d'usagers. Un usager retire une utilité $\tilde{v}$ de l'usage de l'infrastructure où $\tilde{v}$ est tirée d'une loi G (avec la densité correspondante $g = G'$) sur $\mathbb{R}_+$. La fonction de demande ainsi induite s'écrit

$$D(p) = \text{Proba}\{\tilde{v} \geq p\} = 1 - G(p).$$

Le surplus net associé s'exprime alors comme étant

$$S(D(p)) - pD(p) \equiv \int_p^{\infty} (1 - G(\tilde{p}))d\tilde{p}.$$

■

Nous notons également par c_0 le coût marginal (supposé constant) de gestion de l'infrastructure, de sorte que le revenu net d'exploitation R s'exprime comme suit : $R(p) = (p - c_0)D(p)$.

A priori, le concédant a à sa disposition deux instruments pour aider le concessionnaire à couvrir les coûts (variables et fixes) associés à la gestion de cette infrastructure ; le prix p du service et, éventuellement, une subvention t prélevée sur le budget de la puissance publique. Munis de ces notations, nous pouvons écrire le profit du concessionnaire comme étant :

$$U = \underbrace{R(p)}_{\substack{\text{revenu net}\\ \text{d'exploitation}}} + \underbrace{t}_{\substack{\text{subvention}\\ \text{publique}}} - \underbrace{(C + \psi(\theta - C))}_{\substack{\text{coût fixe}\\ \text{total}}} \tag{1}$$

où l'effort e a été remplacé par sa formulation équivalente $\theta - C$.

La puissance publique est concernée, quant à elle, par les profits du concessionnaire, le surplus net des usagers ainsi que le coût budgétaire d'une subvention. Inspirés par Laffont et Tirole (1986) et Baron et Myerson (1982), nous adopterons la formulation suivante de l'objectif du concédant :

$$W = \underbrace{S(D(p)) - pD(p)}_{\substack{\text{surplus net}\\ \text{des usagers}}} - \underbrace{(1+\lambda)t}_{\substack{\text{coût social}\\ \text{de la subvention}}} + \underbrace{\alpha U}_{\substack{\text{valeur sociale du}\\ \text{profit du concessionnaire}}} \tag{2}$$

où $\lambda \geq 0$ désigne le coût de fonds publics et $\alpha \in [0, 1 + \lambda]$ est le poids alloué aux profits du concessionnaire dans l'objectif de la puissance publique. Ces deux paramètres sont nécessaires pour établir l'existence d'un arbitrage entre efficacité allocative et extraction des rentes du concessionnaire. Laffont et Tirole (1986, 1993) optent pour la spécification $\lambda > 0$ et $\alpha = 1$, suggérant ainsi que la principale source d'un tel arbitrage est l'existence d'une pression budgétaire. Baron et Myerson (1982) choisissent, quant à eux, $\lambda = 0$ et $\alpha < 1$ et soulignent que des préoccupations redistributives entre usagers et concessionnaire sous-tendent cet arbitrage.

La suite de l'article est organisée comme suit. Dans la section 3, nous étudions le contrat optimal, d'abord en faisant l'hypothèse que le concédant est en information complète, puis en faisant l'hypothèse d'information asymétrique. La section 4 s'intéresse à la question de la détermination pratique du contrat optimal. En effet, établir la règle de remboursement optimale est un exercice difficile et c'est pourquoi il est utile de l'approximer par un menu de contrats simple à deux options. Dans la section 5, nous étendons nos résultats lorsque au cas où deux hypothèses sont levées pour mieux refléter la situation qui prévaut dans le secteur autoroutier : nous considérons d'une part, la situation dans laquelle les subventions sont impossibles et d'autre part, la situation dans laquelle le concessionnaire fait face lui-même une incertitude sur les coûts. Pour finir, la section 6 est dévolue au paramétrage du menu de contrats simple à deux options, en particulier lorsque les gains d'efficacité apportés par les incitations à l'effort sont mal connus (l'exercice est réalisé, par simplicité, dans le cas où une subvention est possible et peut être optimisée).

3 Quel contrat optimal lorsqu'une subvention est possible ?

3.1 Quel contrat optimal en situation d'information complète et lorsque les subventions sont possibles ?

Pour interpréter correctement le contrat optimal en situation d'information incomplète, il est judicieux d'analyser en premier lieu la situation d'information complète où l'on suppose que le concédant serait à même de tout observer sans coût. Celle-ci est certes peu réaliste, mais correspond à un cas d'école utile à l'analyse. Supposons donc que le concédant ait connaissance du coût intrinsèque du projet θ et puisse aussi recommander le niveau d'effort requis pour le concessionnaire, une recommandation possible dès lors que cet effort est lui aussi observable et vérifiable par une tierce partie en cas de conflit.

Dans ce cas, la puissance publique maximise son objectif sous la contrainte de participation, c'est-à-dire de profit non-négatif pour le concessionnaire. Cette contrainte de profit non-négatif représente simplement la limite du pouvoir contractuel de la puissance publique qui, par hypothèse, ne peut faire travailler à perte le concessionnaire. Un contrat se réduit dans ce cas au choix de trois paramètres : prix, subvention et effort à réaliser. Pour les fixer, le concédant doit résoudre le problème d'optimisation dit de premier rang (FB) suivant :

$$(\mathcal{P}^{FB}) : \begin{cases} \max\limits_{(p,t,e)} W \equiv S(D(p)) - pD(p)) - (1+\lambda)t + \alpha U \\ \text{s.c.} \\ U = (p - c_0)D(p) + t - (\theta - e) - \psi(e) \geq 0. \end{cases} \tag{3}$$

Dès lors que $\alpha \leq 1 + \lambda$ comme supposé plus haut, la rente U est socialement coûteuse. En effet, transférer un euro du contribuable vers le concessionnaire coûte $1 + \lambda$ mais ne rapporte que α en termes de bien-être social. Le concédant est donc désireux de minimiser les paiements requis en annulant le profit (la contrainte dans le programme (3) est saturée). Cela implique que la somme de la subvention t et des recettes de péage nettes des coûts d'exploitation doit couvrir exactement le coût fixe total.

A priori, une des solutions possibles serait de tarifer l'usage au coût marginal c_0 puis de couvrir le coût fixe à l'aide de la subvention tout en exigeant un certain effort de gestion de la part du concédant. Nous allons voir que, dès lors que le coût des fonds publics est positif, il existe en général de meilleures combinaisons péage-subvention du point de vue du bien-être collectif, comme le montre la proposition suivante :

Proposition 1. *En information complète, l'allocation optimale* $(p^{FB}, e^{FB}, U(\theta))$ *a les caractéristiques suivantes.*

— *Le péage est supérieur au coût marginal dès lors que* $\lambda > 0$

$$\frac{p^{FB} - c_0}{p^{FB}} = \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{1}{\varepsilon^{FB}} > 0 \tag{4}$$

où $\varepsilon^{FB} = -\frac{p^{FB}D'(p^{FB})}{D(p^{FB})}$ *est l'élasticité de la demande.*

— *L'effort optimal, indépendant du paramètre* θ*, arbitre entre gains marginaux en termes de réduction du coût fixe et désutilité marginale :*

$$\psi'(e^{FB}) = 1. \tag{5}$$

— *Le concessionnaire fait zéro profit pour toutes les réalisations de* θ *:*

$$U^{FB}(\theta) = 0. \tag{6}$$

L'équation (4) détermine un péage optimal supérieur au coût marginal et sa fixation suit une règle de Ramsey. De façon assez similaire à un monopole privé soucieux d'extraire au mieux le surplus de ses consommateurs afin par exemple de rémunérer ses actionnaires, le concédant choisit ici une tarification de l'usage de telle sorte que le ratio de la marge sur le prix soit inversement proportionnel à la sensibilité de la demande vis-à-vis du prix, mesurée par l'élasticité ε^{FB}. En effet, le concédant est soucieux d'extraire en partie le surplus des usagers afin de réduire la charge de la subvention pour les contribuables. Il est donc optimal que les usagers contribuent à couvrir (au moins partiellement) le coût fixe total de l'infrastructure.

Dans le cas où le coût des fonds publics serait nul, $\lambda = 0$, cette motivation disparaîtrait et la tarification optimale de l'usage se ferait au coût marginal d'exploitation c_0 suivant en cela notre intuition première et, par voie de conséquence, le coût fixe de l'infrastructure serait couvert par les seuls contribuables. Il est aussi important de noter que les distorsions de prix dépendent seulement du coût des fonds publics. Plus généralement, en information complète, le poids α ne joue aucun rôle ; c'est une conséquence immédiate du fait que le concessionnaire évolue sur une contrainte de profit nul. On verra plus loin qu'il en sera tout autrement dans la situation plus réaliste d'information incomplète.

Par ailleurs, puisque l'effort est observable, il est optimal pour le concédant d'exiger du concessionnaire l'effort qui minimise le coût fixe total $\theta - e + \psi(e)$ soit l'effort de premier rang e^{FB} caractérisé par l'équation (5). Remarquons que c'est aussi l'effort que le concédant choisirait de lui-même s'il ne déléguait pas la tâche de réalisation de l'infrastructure au concessionnaire. On notera $k = e^{FB} - \psi(e^{FB})$ comme étant l'économie de coût fixe réalisée grâce à l'effort de premier rang, de sorte que le coût fixe total à rembourser est alors $\theta - k$.

Enfin, comme aucune rente n'est laissée au concessionnaire, $U^{FB}(\theta) = 0$, nous déduisons que la règle de remboursement optimale t^{FB} est telle que

$$t^{FB}(\theta) = \theta - k - R(p^{FB}),$$

ce qui signifie que, dans certaines circonstances du projet, une subvention est nécessaire lorsque les recettes de péage ne suffisent pas à couvrir le coût fixe. Cela pourra être le cas par exemple lorsqu'une forte élasticité prix de la demande limite la taille des revenus d'exploitation. Inversement, dans d'autres cas, t^{FB} pourra être assimilé à un reversement permettant de récupérer auprès du concessionnaire l'excès de recettes de péage, au-delà du remboursement du coût fixe. En d'autres termes, la subvention publique permet de prendre en charge le déficit ou le surplus éventuel, de façon à extraire totalement la rente du concessionnaire.

Il est important de noter que la possibilité d'une subvention publique permet de séparer totalement la question du péage optimal de celle de l'extraction complète de la rente du concessionnaire. Cette propriété de séparation des objectifs a pour conséquence une dichotomie totale entre la règle de fixation du péage (et donc du revenu d'exploitation) et la règle de fixation de l'effort de management optimal. En effet, l'effort optimal vise à minimiser le coût fixe sans considération des coûts variables d'exploitation, tandis que le péage optimal prend en compte le coût marginal d'exploitation mais ignore le coût fixe.

Résumé : *La régulation optimale en information complète a les caractéristiques principales suivantes.*

— *la fixation du péage suit une règle de Ramsey en raison du coût marginal des fonds publics,*

— *l'effort optimal exigé de la part du concessionnaire est celui que le concédant choisirait* *s'il ne déléguait pas la réalisation du projet d'infrastructure et qui minimise le coût fixe total,*

— *le concédant rembourse le cas échéant, via la subvention publique, tout excès de coût au-delà des recettes de péage et, a contrario, taxe toute recette de péage excédant le coût fixe total,*

— *la subvention publique permet de séparer totalement la question du péage optimal de celle de l'extraction de la rente du concessionnaire*

■

3.2 Quel contrat optimal en situation d'information asymétrique et lorsque les subventions sont possibles ?

À l'instar de Laffont et Tirole (1986, 1993), supposons dorénavant, de façon plus réaliste, que le concédant ignore la réalisation du paramètre de coût θ et ne peut observer l'effort e. Seule la valeur du coût C est observée et peut faire l'objet d'un contrat incitatif. *A priori*, tant le péage que la subvention pourraient être conditionnés à la réalisation de C. Il devrait cependant être assez clair à ce stade que la règle de prix n'a aucun impact sur les incitations puisqu'en vertu de la propriété de séparation exhibée ci-dessus, les revenus d'usage sont sans aucun lien avec le coût fixe et que les informations privées du concessionnaire se réfèrent uniquement à ce coût fixe. Dès lors que ce résultat de dichotomie est admis [9], nous pouvons simplifier le problème et considérer que le concédant a deux instruments à sa disposition : le péage p et une subvention $t(C)$ éventuellement contingente à l'observation de C. On dénomme par la suite $t(C)$ la *règle de remboursement des coûts*.

En situation d'information asymétrique, nous allons montrer qu'il est possible de construire un contrat optimal du point de vue du concédant qui permet d'atteindre un optimum de second rang (par rapport à la situation précédente d'information complète) et désigné par SB (second best). En effet, la présence d'asymétrie d'information fait peser de nouvelles contraintes sur le choix du concédant se traduisant *in fine* par un bien-être social moindre par rapport à la situation d'information complète.

9. Laffont et Tirole (1993, Chapitre 4).

3.2.1 Modélisation du comportement des acteurs

Pour procéder à la détermination du contrat optimal, il est nécessaire de formaliser le comportement des acteurs. Cette modélisation repose en pratique sur trois ensembles d'équations.

Il convient en premier lieu de formaliser la réaction optimale en termes d'effort du concessionnaire face à une offre composée d'un prix p et d'une règle de remboursement des coûts $t(C)$. Observons que pour le concessionnaire, choisir un effort de management est équivalent à choisir un coût C, puisqu'il connaît préalablement θ . Si nous notons $C(\theta)$, le coût du projet que cible un concessionnaire de type θ, celui-ci est donné par

$$C(\theta) \in \arg\max_{C} R(p) + t(C) - C - \psi(\theta - C), \tag{7}$$

et l'effort correspondant est :

$$e(\theta) = \theta - C(\theta).$$

Dans ce cas, le concessionnaire obtient la rente suivante :

$$U(\theta) = \max_{C} R(p) + t(C) - C - \psi(\theta - C). \tag{8}$$

A priori, le concessionnaire choisit différentes valeurs possibles du coût du projet en fonction du paramètre θ dont il a eu connaissance. La règle de remboursement des coûts $t(C)$ permet donc de différencier un concessionnaire subissant des coûts importants d'un concessionnaire faisant face à des coûts plus faibles. En d'autres termes, la règle de remboursement $t(C)$ est un outil de discrimination du coût intrinsèque du concessionnaire.

En deuxième lieu, il faut expliciter la contrainte de participation. En effet, le contrat optimal n'est réalisable que si le concessionnaire perçoit des profits positifs pour toutes les réalisations du paramètre θ :

$$U(\theta) \geq 0, \quad \forall \theta \in \Theta. \tag{9}$$

Cette contrainte provient du fait que, par hypothèse, le fait de ne pas faire réaliser le projet par le concessionnaire, si les conditions sont trop défavorables, n'est pas une option envisageable pour le concédant.

En troisième et dernier lieu, le concédant cherche à maximiser le bien-être social. Il doit donc évaluer les vertus des différents schémas incitatifs possibles en fonction de l'espérance mathématique du bien-être social, qui se décompose comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_\theta W &= \underbrace{S(D(p)) - pD(p)}_{\substack{\text{surplus net} \\ \text{des usagers}}} + \underbrace{(1+\lambda)(p-c_0)D(p)}_{\substack{\text{valeur sociale des} \\ \text{recettes de péage}}} \\
&\quad \underbrace{-\mathbb{E}_\theta\left[(1+\lambda)(C(\theta)+\psi(\theta - C(\theta))) + (1+\lambda-\alpha)U(\theta)\right]}_{\substack{\text{coût social espéré du paiement brut} \\ \text{au concessionnaire (hors recettes de péage)}}}
\end{aligned}$$

Dans cette formulation, nous avons éliminé le remboursement en le remplaçant par son expression en fonction de la rente U et du revenu d'usage donnée implicitement par (8). En effet, du point de vue du concédant, pour p donné, déterminer la règle de remboursement optimale revient à déterminer la rente optimale dont bénéficie le concessionnaire. Nous reviendrons ci-dessous sur les propriétés de la règle de remboursement optimale. Notons également que le premier terme du bien-être social espéré décrit le surplus net des usagers. Pour les autres termes, observons que chaque transfert monétaire d'un euro doit être évalué à l'aune de sa valeur sociale $1+\lambda$. Tout se passe comme si le concédant récupère les recettes de péage $R(p)$, rembourse le coût fixe total tout en laissant une rente éventuelle au concessionnaire, dont la valeur sociale est $1+\lambda$ diminuée du poids α accordé au profit du concessionnaire. Bien sûr, le remboursement du coût fixe total et la rente financière à verser sont calculées en espérance compte tenu de l'information asymétrique et c'est d'ailleurs la seule différence avec l'objectif du concédant en situation d'information complète.

Formellement, le problème d'optimisation s'écrit dorénavant comme suit :

$$(\mathcal{P}^{SB}) : \begin{cases} \max\limits_{(p,C(\theta),U(\theta))} S(D(p)) - pD(p) + (1+\lambda)(p-c_0)D(p) \\ \qquad -\mathbb{E}_\theta\left((1+\lambda)(C(\theta)+\psi(\theta - C(\theta))) + (1+\lambda-\alpha)U(\theta)\right) \\ \text{s.c. (7)-(8) et (9).} \end{cases}$$

En résumé, les deux différences de ce problème avec celui d'information complète sont la prise en compte de l'incertitude sur θ au niveau de l'objectif et la prise en compte de la liberté de choix du concessionnaire à travers les contraintes (7) et (8).

3.2.2 Application aux deux contrats types

Avant d'aller plus loin dans la détermination du contrat optimal, considérons deux cas extrêmes de contrats : le *price cap* et le *cost plus*, déjà évoqués plus haut.

Lorsque l'on considère un contrat *cost plus*, le coût C est remboursé quelles que soient les circonstances, soit $t(C) = C$. Dans ce cas, le concessionnaire n'a aucune incitation à réaliser un effort, mais le concédant pourrait s'octroyer tout le revenu d'usage si, au remboursement des coûts, il associait une taxe fixe. Avec un contrat *cost plus*, on a donc $U(\theta) = 0$ (on peut extraire totalement la rente) mais aussi $e = 0$ (il n'y a pas d'incitation à l'effort).

Dans un *price cap*, le concessionnaire a toutes les incitations possibles à minimiser le coût fixe. En effet, toute économie de coût réalisée sera entièrement conservée. En d'autres termes, le concessionnaire fait l'effort e est tel que $\psi'(e) = 1$ (le concessionnaire choisit l'effort de premier rang et réalise donc une économie de coût fixe k). Le concédant retient quant à lui un prix fixe $t_0 = \bar{\theta} - k - R(p)$ car il doit garantir la participation du concessionnaire dans les circonstances les plus défavorables. Ainsi, l'espérance de rente du concessionnaire est de $\mathbb{E}_\theta\left(U(\theta)\right) = \mathbb{E}_\theta(\bar{\theta} - \theta) \geq 0$ (la subvention fixe ne permettra pas en général d'annuler totalement la rente du concessionnaire).

Ces résultats, très simples, permettent déjà de répondre à une question intéressante dans la pratique. Supposons que le concédant ne puisse contractualiser un avenant que selon les modalités *fixed price* ou *cost plus* : laquelle devrait-il choisir *a priori* ? Puisqu'il cherche à optimiser le bien-être social, et sachant que la question de la tarification est indépendante du choix de contractualisation, il doit choisir le contrat qui minimise le coût social du paiement brut au concessionnaire, c'est-à-dire la somme de la rente et des coûts fixes, qui s'exprime comme :

$$\mathbb{E}_\theta\left[(1+\lambda)(C(\theta) + \psi(\theta - C(\theta))) + (1+\lambda-\alpha)U(\theta)\right]$$

Ce coût social vaut :

- $\mathbb{E}_\theta\left[(1+\lambda)\theta\right]$ quand on retient un *cost plus* (le concessionnaire ne fait pas d'effort et sa rente financière est nulle) ;
- $\mathbb{E}_\theta\left[(1+\lambda)(\theta - k) + (1+\lambda-\alpha)(\bar{\theta} - \theta)\right]$ quand on retient un *price cap* (le coût final est optimisé mais le concessionnaire capture une rente financière égale à l'écart entre l'espérance du coût intrinsèque et le coût dans la situation la plus défavorable).

En prenant $\alpha = 1$ pour simplifier, on conclut que le concédant choisit un *cost plus* si $\lambda.(\bar{\theta} - \mathbb{E}_\theta[\theta]) > (1 + \lambda).k$ et un *price cap* dans le cas contraire. L'intuition est immédiate : il est d'autant plus souhaitable de retenir un *cost plus* que la distribution de θ est très étalée, c'est-à-dire que le concédant a peu d'information sur les coûts intrinsèques. En revanche, plus k est important, c'est-à-dire plus les gains d'efficacité sont importants, plus il est souhaitable de retenir un *price cap*.

3.2.3 Détermination du contrat optimal

La proposition suivante réunit les résultats principaux du programme d'optimisation $\mathcal{P}^{SB}$.

Proposition 2. *En information asymétrique, l'optimum de second rang* $(p^{SB}, e^{SB}(\theta) = \theta - C^{SB}(\theta), U^{SB}(\theta))$ *a les caractéristiques suivantes.*

— *La règle de prix reste identique à celle du cas d'information complète :*

$$p^{SB} = p^{FB}. \tag{10}$$

— *L'effort de second rand est réduit en deçà de sa valeur de premier rang (sauf dans les circonstances les plus favorables, pour $\theta = \underline{\theta}$, où l'effort est celui de premier rang) :*

$$\psi'(e^{SB}(\theta)) = 1 - \underbrace{\frac{1 + \lambda - \alpha}{1 + \lambda} \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \psi''(e^{SB}(\theta))}_{\text{distorsion incitative sur l'effort}} \leq 1. \tag{11}$$

— *Le concessionnaire obtient une rente positive quel que soit son coût intrinsèque θ (sauf dans les circonstances les plus défavorables, pour $\theta = \bar{\theta}$, où cette rente financière est nulle) :*

$$U^{SB}(\theta) = \int_\theta^{\bar{\theta}} \psi'(e^{SB}(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta} \geq 0. \tag{12}$$

Le premier enseignement de la Proposition 2 est de montrer que, comme en information complète, la règle de fixation du péage est indépendante du problème d'incitation à l'effort et répond à la même règle de Ramsey.

Les deux autres résultats obtenus font référence à la détermination de l'effort optimal qui est moins élevé que celui de premier rang et de la rente financière qui est d'autant plus importante que les circonstances sont favorables. Observons tout d'abord que, dans les circonstances les plus favorables, l'arbitrage incitations/extraction de la rente financière est réalisé en faveur d'un effort efficace en contrepartie d'une rente financière élevée. Au contraire, dans les circonstances les plus défavorables, cet arbitrage est réalisé en défaveur des incitations en contrepartie d'une extraction complète de la rente financière.

L'intuition de ces résultats est la suivante. En information asymétrique, le concessionnaire, informé sur le paramètre de coût θ, est incité à donner une estimation excessive de ses coûts pour obtenir un remboursement plus important et ainsi extraire une rente financière. Cela revient à exercer moins d'effort de sorte que le coût réalisé semble signaler des circonstances plus défavorables qu'elles ne le sont réellement. Il est d'autant plus attractif pour le concessionnaire de surestimer le paramètre de coût θ que les coûts réalisés seront mieux remboursés. En d'autres termes, la véracité des coûts s'obtient en proposant un contrat qui ressemble à un *price cap* pour les coûts intrinsèques les plus élevés et qui, au contraire, s'apparente à un *cost plus* pour les coûts intrinsèques les plus faibles. En conséquence, un concessionnaire face à un coût intrinsèque faible internalisera totalement les conséquences de son choix d'effort sur la réduction des coûts. Ainsi l'effort de second rang $e^{SB}(\theta)$ donné par (11) est proche de l'effort d'information complète e^{FB} lorsque θ est faible. *A contrario*, l'effort de second rang est réduit lorsque θ est élevé. Dans ce cas, les concessionnaires, remboursés pour leurs coûts, n'ont aucune incitation à les réduire.

Bien entendu, des mécanismes puissants du point de vue incitatif ($e^{SB}(\theta)$ proche de e^{FB}) abandonnent une rente financière importante au concessionnaire. Des mécanismes moins incitatifs permettent au concédant d'extraire de limiter cette rente. Comme mentionné plus haut, en information asymétrique, le concédant doit se résoudre à un arbitrage entre extraction de la rente financière et incitations.

Que dire de la règle de remboursement optimale $t^{SB}(C)$? Comme nous l'avons vu précédemment, une règle de remboursement $t(C)$ détermine un profil de rente financière $U(\theta)$ de par la condition (8). Toutefois, la réciproque est aussi vraie : un profil de rente financière, et notamment celui de second rang $U^{SB}(\theta)$, détermine entièrement la règle de remboursement optimale $t^{SB}(C)$ qui le met en oeuvre.

En effet, nous avons, toujours d'après (8)

$$t^{SB}(C) - C - \psi(\theta - C) + (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) \leq U^{SB}(\theta) \quad \forall(\theta, C) \tag{13}$$

ou

$$t^{SB}(C) \leq C - (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + \min_{\theta\in\Theta} U^{SB}(\theta) + \psi(\theta - C).$$

Finalement, puisque $C = C^{SB}(\theta) = \theta - e^{SB}(\theta)$ garantit l'égalité dans (13), il vient

$$t^{SB}(C) \equiv \underbrace{C}_{\substack{\text{composante}\\ \text{“cost plus”}}} - \underbrace{(p^{SB} - c_0)D(p^{SB})}_{\substack{\text{composante}\\ \text{“revenus”}}} + \underbrace{\min_{\theta\in\Theta} U^{SB}(\theta) + \psi(\theta - C)}_{\substack{\text{composante}\\ \text{“incitative”}}}. \tag{14}$$

En d'autres termes, la règle de remboursement optimal résulte de trois composantes :

— un premier terme, C, de type *cost plus*, qui rembourse le concessionnaire pour le coût réalisé du projet ;

— un deuxième terme, $-(p^{SB} - c_0)D(p^{SB})$ qui capture les revenus du service ;

— un dernier terme, $\min_{\theta\in\Theta} U^{SB}(\theta) + \psi(\theta - C)$, qui correspond à la composante incitative du contrat ; dès lors que ce terme est peu sensible à C l'opérateur n'exercera aucun effort. La rente financière $U^{SB}(\theta)$ est le nouveau terme qui apparaît en raison de l'information incomplète.

Application : Supposons que $\psi(e) \equiv \frac{e^2}{4k}$, avec $2k < 1$, θ uniformément distribué sur $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$. Supposons également que $\lambda = 0$. La règle de prix conduit alors à choisir

$$p^{FB} = p^{SB} = c_0. \tag{15}$$

En d'autres termes, en l'absence de coût des fonds publics, il n'y a aucune raison de distordre le prix de l'usage qui doit rester égal au coût marginal. Les revenus du service associés sont donc nuls.

Supposons également que $\alpha = 0$ pour simplifier. Dans cette situation extrême, le concédant n'accorde aucun poids social aux profits du concessionnaire. L'effort de premier rang est $e^{FB}(\theta) = 2k$ tandis que l'effort de second rang est $e^{SB}(\theta) = \max\{2k - (\theta - \underline{\theta}), 0\}$. La Figure 1 décrit l'évolution du coût fixe total $C + \psi$, du coût observé C ainsi que de l'effort e, en fonction du coût intrinsèque θ dans les deux situations. Le coût intrinsèque le plus favorable est normalisé ici à 1 et θ peut croître jusqu'à 25% au-dessus. L'économie de coût k est fixée à 1/4, de sorte que le coût fixe total à rembourser en information complète est entre 0.75 et 1. Ainsi, comme attendu, le contrat optimal sous information incomplète induit des efforts moindres lorsque le coût intrinsèque est plus important. Par ailleurs, le coût observé et le coût fixe total sont supérieurs en information asymétrique, sauf pour $\underline{\theta}$.

La Figure 2 décrit la règle de remboursement optimale en fonction du coût réalisé C pour les deux situations de référence. Rappelons que dans le cas d'information

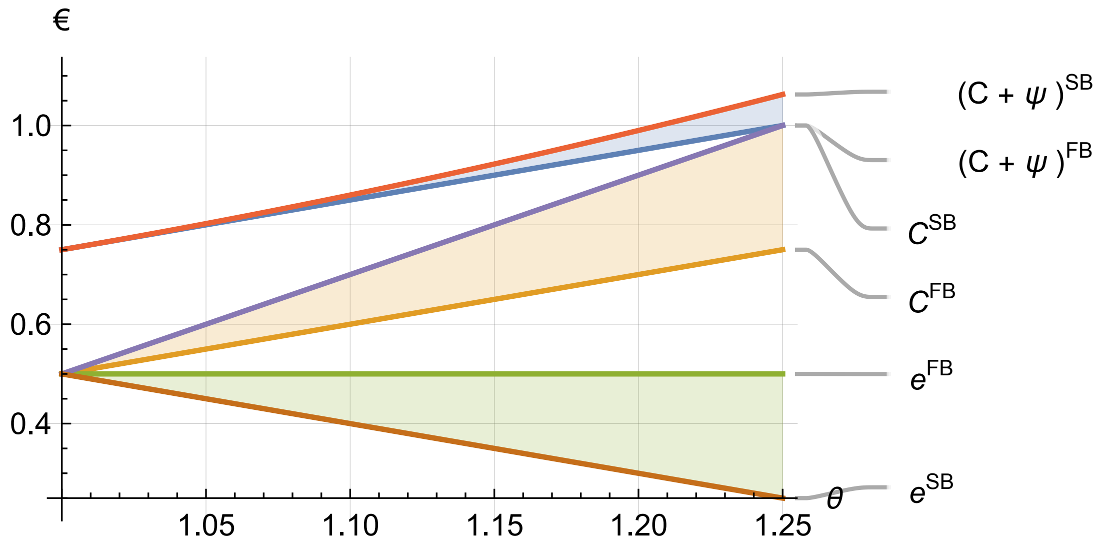


FIGURE 1 – Coûts fixes totaux, coûts observés et efforts au premier et au second rang, en fonction du coût intrinsèque θ.

complète, la règle de remboursement optimale conduit à rembourser seulement le coût fixe total en toute circonstance, tandis qu'en information incomplète s'y ajoute la rente financière U^{SB} à laisser au concessionnaire. L'expression de la règle de remboursement optimale dans les deux cas est comme suit :

$$t^{SB}(C) = (17 + 8(C - 1)C)/16, \tag{16}$$

pour tout $C \in [1/2, 1]$.

Lorsque θ peut croître au-delà de 25% au-dessus de sa valeur la plus favorable, il est possible que l'effort de second rang e^{SB} bute sur la contrainte de positivité dès lors que θ est suffisamment grand. Dans ce cas, il est optimal d'abandonner toute incitation à l'effort pour ces valeurs élevées de θ et le contrat s'apparente à un contrat simple de remboursement des coûts observés. Pour illustrer cette situation, supposons maintenant que θ évolue entre 1 et 2. La Figure 3 décrit l'évolution du coût fixe total $C + \psi$, du coût observé C ainsi que de l'effort e. Dès lors que θ dépasse 1.5, l'effort optimal requis est nul en information incomplète et le coût fixe total à rembourser se confond avec le coût observé.

La Figure 4 décrit les règles de remboursement optimales en information complète et incomplète. Dès lors que C dépasse 1.5, t^{SB} représente le simple remboursement du coût observé sans aucune rente financière. En effet, pour ces circonstances, il

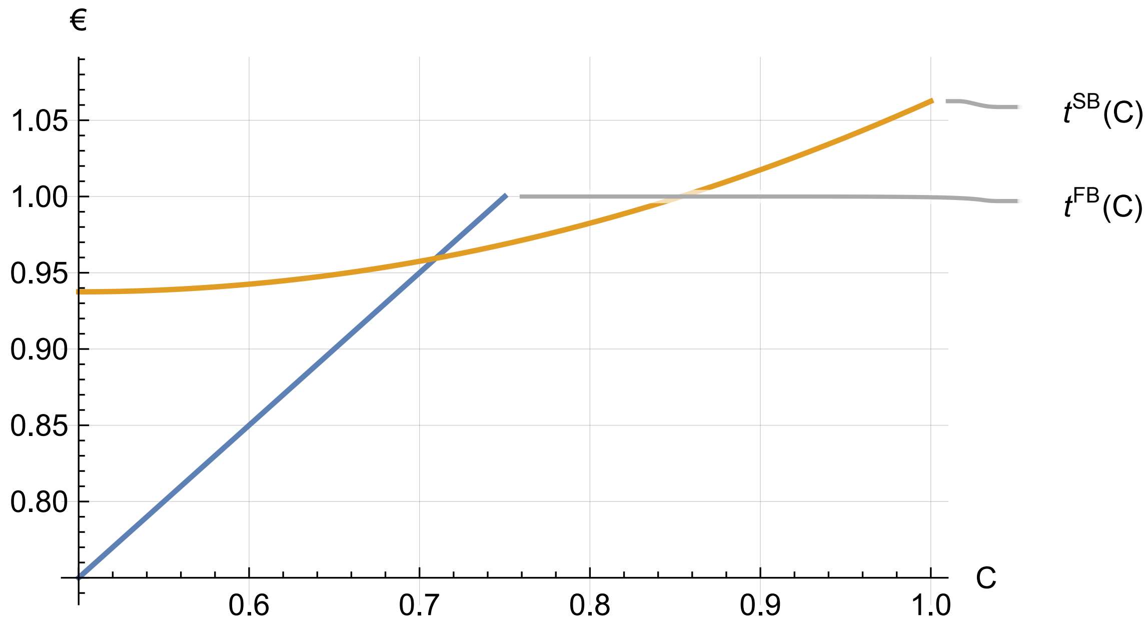


FIGURE 2 – Règles de remboursement optimales $t^{FB}(C)$ et $t^{SB}(C)$ en fonction du coût observé C.

n'est aucunement nécessaire de laisser une rente financière incitative puisque les efforts requis sont inexistants. Il en résulte un point de rupture de tendance en $C = 1.5$, illustrant à gauche une subvention incitative à l'effort et un simple remboursement de C à droite.

■

RÉSUMÉ : *La régulation optimale en information incomplète a les caractéristiques principales suivantes.*

- *La fixation du péage suit la même règle de Ramsey identifiée dans le cas d'information complète.*
- *La subvention publique permet de séparer totalement la question du péage optimal de celle des incitations à fournir au concessionnaire.*
- *Il est nécessaire de laisser une rente financière au concessionnaire pour l'inciter à révéler son coût intrinsèque et à exercer l'effort requis.*
- *Pour limiter la rente financière, l'effort de second rang est réduit en deçà de sa valeur de premier rang (sauf dans les circonstances les plus favorables), et donc le coût fixe total est supérieur à celui obtenu au premier rang.*

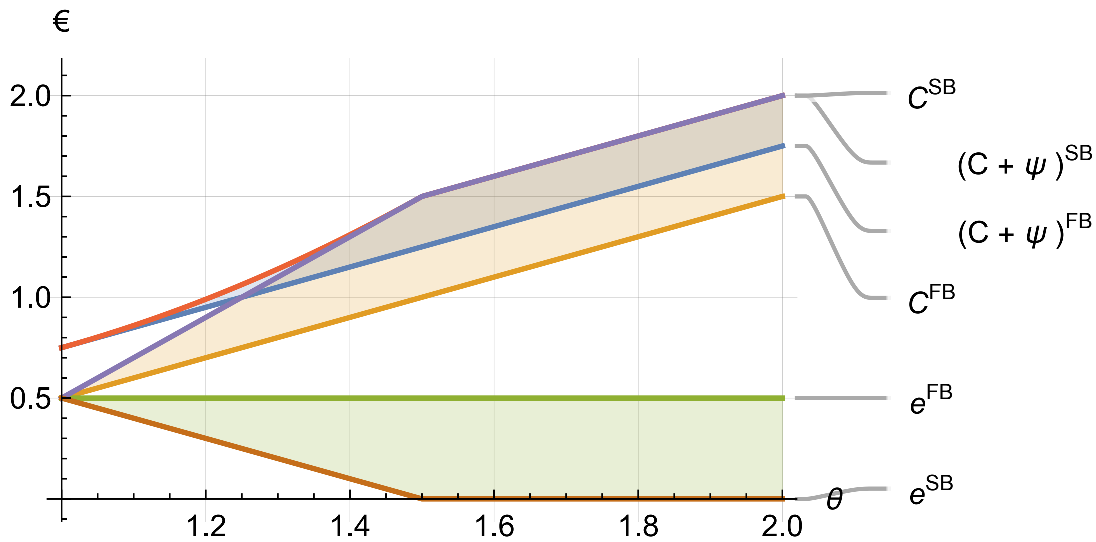


Figure 3 – Coûts fixes totaux, coûts observés et efforts au premier et au second rang, en fonction du coût intrinsèque θ.

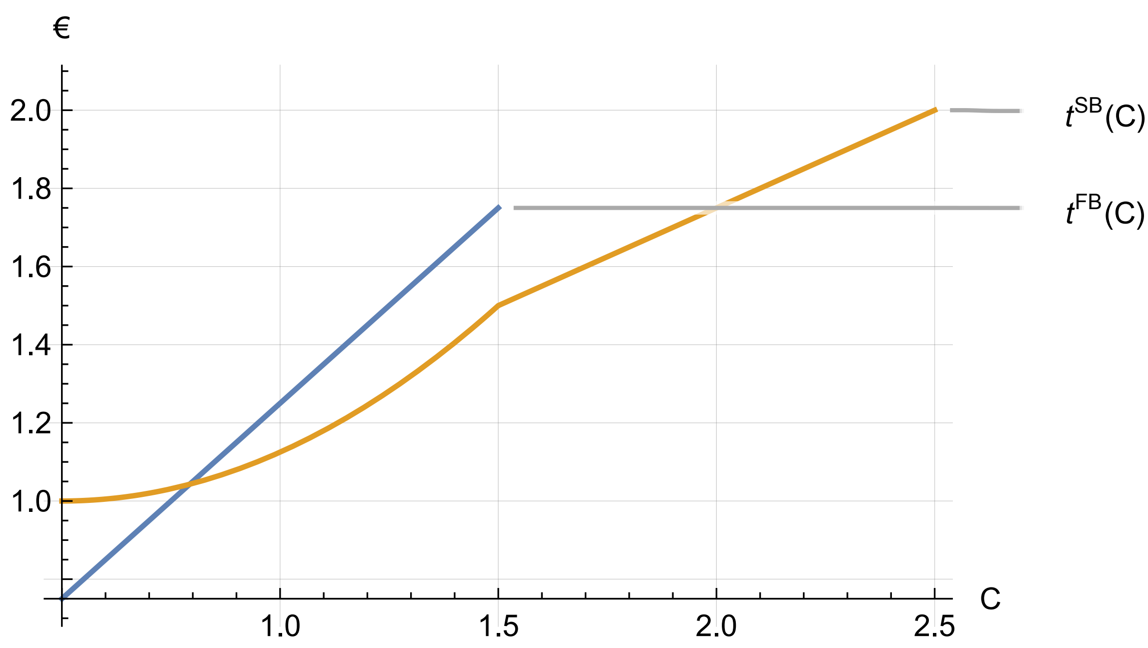


Figure 4 – Règles de remboursement optimales $t^{FB}(C)$ et $t^{SB}(C)$ en fonction du coût observé C.

■

4 Comment mettre en œuvre le contrat optimal à l'aide de menus de contrats ?

Pour mettre en oeuvre le contrat optimal, il est possible, sous certaines conditions, de remplacer sans pertes de bien-être la règle optimale non linéaire de remboursement par un menu de contrats linéaires par rapport au coût observé C. Ce résultat fondamental que nous exposons ci-dessous est dû à Laffont et Tirole (1986). Ainsi, dans l'ensemble des contrats possibles proposés au concessionnaire, ce dernier choisit l'option qui lui convient le mieux dans le "menu". Si le menu est correctement calibré, le choix du concessionnaire révèle son coût intrinsèque et celui-ci n'a aucun intérêt à dévier du coût cible sur lequel il s'est engagé. Outre la simplicité de l'approche pour le concessionnaire, un autre avantage de ces menus de contrats linéaires est la robustesse à l'introduction d'erreur ou d'incertitude sur les coûts comme nous le verrons en section 5.2.

Par ailleurs, établir le contrat optimal est *a priori* un exercice difficile en pratique. En effet, le calcul de la règle de remboursement obtenue en (14) ou du menu équivalent de contrats linéaires est en général complexe en raison de la difficulté de trouver une solution explicite au système d'équations contenues dans la Proposition 2. C'est pourquoi il peut être utile de considérer des menus "simplifiés" de contrats, c'est-à-dire des ensembles de contrats où le choix du concessionnaire est limité quant aux nombres d'options possibles. Nous étudierons en particulier l'intérêt d'une approximation de la subvention optimale par un menu simple à deux options, prix fixe ou remboursement de C.

4.1 Des menus de contrats linéaires généraux

Comme indiqué ci-dessus, l'analyse précédente ne garantit en aucune façon que le schéma $t^{SB}(C)$ défini par (14) est lui-même linéaire. Observons que si $t^{SB}(C)$ est convexe, alors, par définition, $t^{SB}(C)$ est aussi l'enveloppe supérieure de la famille de ses tangentes, qui elles sont des fonctions linéaires. En effet, pour $t^{SB}(C)$ convexe, nous avons :

$$t^{SB}(C) = \max_{C_0 \in [C^{SB}(\underline{\theta}), C^{SB}(\bar{\theta})]} t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C - C_0), \tag{17}$$

pour tout coût cible C_0 choisi dans l'intervalle des coûts possibles $[C^{SB}(\underline{\theta}), C^{SB}(\bar{\theta})]$.

L'apport de Laffont et Tirole (1986) est de montrer que, dans ce cas, les incitations sont préservées lorsqu'on remplace $t^{SB}(C)$ par le menu de ses tangentes ainsi décrites. Le concédant propose la règle de remboursement $t(C, C_0) = t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C - C_0)$ où le concessionnaire est libre de choisir, d'une part, un coût cible C_0 choisi dans l'intervalle des coûts possibles $[C^{SB}(\underline{\theta}), C^{SB}(\bar{\theta})]$ (il choisit son contrat au sein du menu) et d'autre part, *via* son choix d'effort, le coût réalisé C. On peut alors montrer qu'un concessionnaire avec un coût intrinsèque θ choisit le coût cible $C_0 = C^{SB}(\theta)$ et exerce un effort de telle sorte que le coût réalisé coïncide avec le coût cible choisi, soit $C = C_0 = C^{SB}(\theta)$. En d'autres termes, le concessionnaire choisit de lui-même le "bon" contrat au sein du menu. Le menu de contrats ainsi mis en place, où les règles de remboursement sont linéaires, assure donc la révélation du coût intrinsèque θ et fournit les incitations adéquates à l'effort, répliquant ce que l'on obtiendrait avec la règle de remboursement non linéaire optimale $t^{SB}(C)$.

Sous nos hypothèses, il est aisé de montrer la convexité de $t^{SB}(C)$ et d'en déduire le résultat suivant.

Proposition 3. *Le contrat optimal $t^{SB}(C)$ étant convexe, il peut être remplacé par le menu de ses tangentes*

$$t(C, C_0) = t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)((C - C_0)$$

pour $C_0 \in [C^{SB}(\underline{\theta}), C^{SB}(\bar{\theta})]$ sans modifier ni le profil de rente financière $U^{SB}(\theta)$ ni les efforts $e^{SB}(\theta)$ associés.

La Figure 5 représente la règle de remboursement non linéaire optimale convexe ainsi que le menu de tangentes associé.

Observons que la condition du premier ordre déterminant $C^{SB}(\theta)$ comme solution de (7) conduit, d'après (11) à

$$t^{SB'}(C^{SB}(\theta)) = 1 - \psi'(e^{SB}(\theta)) \in [0, 1].$$

L'effort optimal de second rang $e^{SB}(\theta)$ est le même que celui au premier rang pour les concessionnaires avec un coût intrinsèque faible, $\theta = \underline{\theta}$. Nous avons donc

$$t^{SB\prime}(C^{SB}(\underline{\theta})) = 0, \tag{18}$$

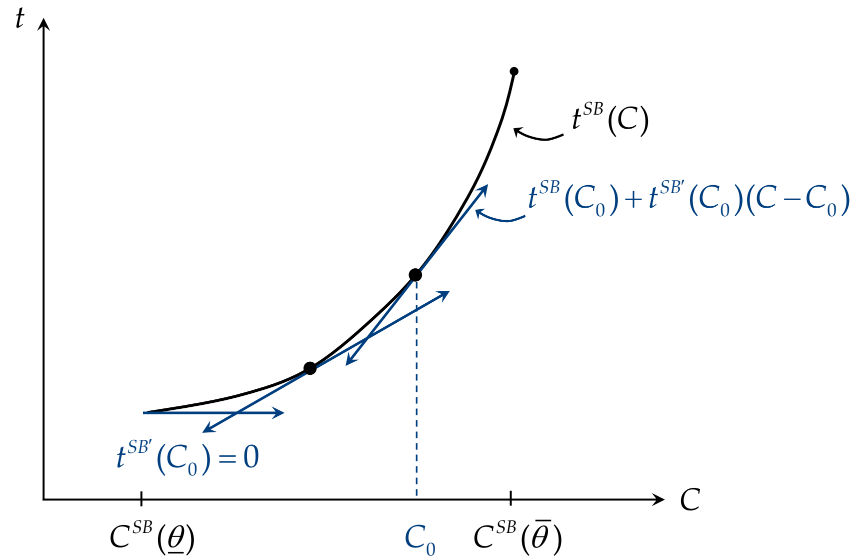


Figure 5 – Contrat optimal $t^{SB}(C)$ et menu de ses tangentes.

et, dans le voisinage de $\theta = \underline{\theta}$, le mécanisme optimal s'apparente donc à un *price cap*.

Pour tous les autres types $\theta > \underline{\theta}$, et notamment ceux proches de $\bar{\theta}$, nous avons $t^{SB'}(C^{SB}(\theta)) > 0$. Ces opérateurs avec des coûts intrinsèques plus élevés sont donc remboursés (resp. taxés) pour une fraction de toute réduction (resp. augmentation) de coûts $C - C_0 < 0$ qu'ils pourraient proposer en deçà de la cible $C_0 = C^{SB}(\theta)$ qu'ils se seraient donnés. Le taux de remboursement croît avec le coût cible choisi, reflétant la propriété de convexité discutée plus haut.

Application : Pour illustrer notre propos, reprenons l'exemple d'application de la section précédente, décrit précisément dans les Figures 1 et 2. Pour rappel, nous avions $\psi(e) \equiv \frac{e^2}{4k}$, θ uniformément distribué sur $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$, ainsi que $\alpha = \lambda = 0$. Par ailleurs, nous avions normalisé la valeur la plus faible de θ à 1 et sa valeur la plus forte à $\overline{\theta} = 1.25$. Enfin, nous avions retenu la valeur de 1/4 pour le gain d'efficacité k. Dans ce cas, le calcul de la règle de remboursement optimale décrite dans la Figure 2 donne pour tout $C \in [1/2, 1]$:

$$t^{SB}(C) = (17 + 8(C-1)C)/16. \tag{19}$$

et, en utilisant la Proposition 3, le menu des tangentes, ayant les mêmes propriétés incitatives que $t^{SB}(C)$, est donné par :

$$t(C, C_0) = (17 + 8(C_0 - 1)C_0)/16 + (C_0 - 1/2)(C - C_0) \tag{20}$$

	$C_0 = 0.5$	$C_0 = 0.6$	$C_0 = 0.7$	$C_0 = 0.8$	$C_0 = 0.9$	$C_0 = 1$
Partie fixe	*0.9375*	*0.9425*	*0.9575*	*0.9825*	*1.0175*	*1.0625*
Pente	*0*	*0.1*	*0.2*	*0.3*	*0.4*	*0.5*

Table 1 – Partie fixe et coefficient de la partie variable (pente) du menu de contrats $t(C, C_0)$, selon le choix de C_0.

Rente	$C_0 = 0.5$	$C_0 = 0.6$	$C_0 = 0.7$	$C_0 = 0.8$	$C_0 = 0.9$	$C_0 = 1$
$C = 0.5$	*0.0775*	*0.0725*	*0.0575*	*0.0325*	*-0.0025*	*-0.0475*
$C = 0.6$	*0.0875*	*0.0925*	*0.0875*	*0.0725*	*0.0475*	*0.0125*
$C = 0.7$	*0.0775*	*0.0925*	*0.0975*	*0.0925*	*0.0775*	*0.0525*
$C = 0.8$	*0.0475*	*0.0725*	*0.0875*	*0.0925*	*0.0875*	*0.0725*
$C = 0.9$	*-0.0025*	*0.0325*	*0.0575*	*0.0725*	*0.0775*	*0.0725*
$C = 1$	*-0.0725*	*-0.0275*	*0.0075*	*0.0325*	*0.0475*	*0.0525*

Table 2 – Rente obtenue pour $\theta = 1.1$, avec le menu de contrats $t(C, C_0)$.

pour tout C_0 et tout C dans [1/2,1].

La Table 1 indique les différentes valeurs de la partie fixe et du coefficient de la part variable de la subvention en fonction de différentes valeurs de coût cible C_0. Notons que la partie fixe est quadratique en C_0, tandis que le coefficient affectant le taux de remboursement de C est linéaire en C_0. La construction via la Proposition 3 assure que le coût cible C_0 qui maximise la subvention $t(C, C_0)$ est C et que donc de remboursement résultant $t(C, C) = t^{SB}(C)$. En conséquence, le coût observé C qui maximise la rente financière ainsi obtenue, $t^{SB}(C) - C - \psi(\theta - C)$, est $C = C^{SB}(\theta)$.

Comme attendu, le contrat pour $C_0 = 1/2$ est un contrat de type *price cap* ; en effet, $t(C, 1/2) = 1$ ne dépend pas du coût réalisé C. Inversement, en $C_0 = 1$, le contrat offre le plus fort taux de remboursement du coût réalisé puisque $t(C, 1) = 1.0625+(1/2)(C-1)$. A un transfert de base supérieur à 1, le contrat propose de rembourser la moitié du dépassement (de l'économie) de coût réalisé par rapport à la cible $C_0 = 1$.

A titre d'illustration, la Table 2 indique les valeurs de rente financière obtenues pour différents choix de coût cible C_0 et de coût observé C dans le cas particulier d'un concessionnaire observant le coût intrinsèque $\theta = 1.1$. La rente financière est ici calculée comme $t(C, C_0) - C - \psi(\theta - C)$ avec $\theta = 1.1$. Dans ce cas, la subvention optimale de second rang conduit à un coût observé $C = 0.7$ et, de fait, on constate

Rente	$C_0 = 0.5$	$C_0 = 0.6$	$C_0 = 0.7$	$C_0 = 0.8$	$C_0 = 0.9$	$C_0 = 1$
$C = 0.5$	*0.1875*	*0.1825*	*0.1675*	*0.1425*	*0.1075*	*0.0625*
$C = 0.6$	*0.135*	*0.14*	*0.135*	*0.12*	*0.095*	*0.06*
$C = 0.7$	*0.0775*	*0.0925*	*0.0975*	*0.0925*	*0.0775*	*0.0525*
$C = 0.8$	*0.015*	*0.04*	*0.055*	*0.06*	*0.055*	*0.04*
$C = 0.9$	*-0.0525*	*-0.0175*	*0.0075*	*0.0225*	*0.0275*	*0.0225*
$C = 1$	*-0.125*	*-0.08*	*-0.045*	*-0.02*	*-0.005*	*0*

TABLE 3 – Rente obtenue avec le menu de contrats $t(C, C_0)$ lorsque le concédant choisit d'exercer l'effort optimal.

que, dans la Table, le contrat le plus intéressant pour le concessionnaire conduit à la valeur bleue (0.0975) qui représente la valeur supérieure de la rente financière pour tous les choix possibles de (C, C_0). En d'autres termes, étant donné $t(C, C_0)$, le concessionnaire de coût intrinsèque $\theta = 1.1$ n'a aucun intérêt à dévier d'un choix d'effort conduisant à $C = 0.7$, ni à s'engager sur un coût cible autre que $C_0 = 0.7$. En d'autres termes, le menu de contrats linéaires assure la révélation de l'information privée et donne les incitations à fournir l'effort adéquat.

La Table 3 indique les valeurs de rente financière obtenues pour différents choix de coût cible C_0, lorsque le concessionnaire de coût intrinsèque θ choisit d'exercer l'effort optimal $e^{SB}(\theta)$. [10] Observons que chaque valeur bleue dans la diagonale est le maximum de sa ligne. Par exemple, un concessionnaire de coût intrinsèque $\theta = 1$, c'est-à-dire le coût intrinsèque le plus favorable, et faisant face à $t(C, C_0)$ exerce un effort pour obtenir un coût observé $C = 1/2$ et ne trouvera aucun intérêt à s'engager sur un coût cible autre que $C_0 = 0.5$. On observe également que la rente financière décroît le long de la diagonale pour aboutir à 0 pour $C = 1$, conformément à la Proposition 2.

■

10. Pour calculer cette rente, notons que la Proposition 3 indique que face au menu de tangentes le concessionnaire choisit l'effort de second rang qui avec notre spécification est $e^{SB}(\theta) = 2k - (\theta - \underline{\theta})$. Le coût observé C obtenu par un concessionnaire de coût intrinsèque θ exerçant l'effort $e^{SB}(\theta)$ est donné par $C = \theta - e^{SB}(\theta)$. En inversant cette relation monotone entre C et θ, nous obtenons le coût intrinsèque $\theta(C)$ qui choisit optimalement le coût observé C, soit sur notre exemple $\theta(C) = (2k + C + \underline{\theta})/2$. L'effort nécessaire est donc $e^{SB}(\theta(C)) = (2k - C + \underline{\theta})/2$ et la désutilité associée est $\psi(e^{SB}(\theta(C))$. La rente financière est alors calculée comme une fonction des coûts cible et observé via la formule $t(C, C_0) - C - \psi(e^{SB}(\theta(C))$.

4.2 Un menu simple à deux options

Le menu de contrats linéaires exhibé ci-dessus est une étape conceptuellement utile mais ne résout pas le problème du calcul de la règle de remboursement : il faut toujours pouvoir estimer la règle de remboursement pour le concevoir.

Dans cette section, nous allons envisager un menu d'options beaucoup plus simple dans la mesure où il est composé de seulement deux contrats : une première option dite de prix fixe (*price cap*) avec la valeur t_0 ; une deuxième option, dite de remboursement des coûts observés C (*cost plus*). Le concessionnaire ne peut choisir qu'entre ces deux options. Le concessionnaire étant en information parfaite, il ne choisira l'option à prix fixe que si $C < t_0$. En d'autres termes, tout se passe comme si le concédant mettait en place un contrat unique où la règle de remboursement serait :

$$t(C) = \max\{t_0, C\}. \tag{21}$$

La contrepartie de cette simplicité est que la révélation d'information est seulement **partielle**. En effet, un concessionnaire choisissant l'option prix fixe révèle simplement que son coût intrinsèque est en dessous d'une valeur seuil déterminée par l'importance du prix fixe.

L'emploi de contrats *price cap* ou *cost plus* dans les procédures d'achats est courant dans un certain nombre d'industries. C'est le cas par exemple dans l'industrie de la Défense américaine (Rogerson, 1992), l'industrie du logiciel en Inde (Banerjee et Duflo, 2000), les achats de moteurs pour l'Air Force aux Etats-Unis (Bajari et Tadelis, 2001), l'industrie de production d'électricité aux Etats-Unis (Abito 2020) ou encore l'industrie du transport public (Gagnepain et Ivaldi (2002) et Gagnepain, Ivaldi et Martimort (2013)).

Nous observons que le menu de deux options proposé en (21) est une approximation "raisonnable" d'une tarification convexe, au moins du point de vue géométrique. Si le prix fixe est très élevé, la plupart des concessionnaires (sauf ceux ayant les coûts intrinsèques les plus élevés) choisiront le prix fixe et exerceront l'effort de premier rang assurant un gain d'efficacité $k = e^{FB} - \psi(e^{FB})$. On voit immédiatement la conséquence d'un prix fixe élevé : le concédant est assuré que les efforts de réduction des coûts sont entrepris mais au prix d'une large rente financière concédée aux concessionnaires faisant face aux coûts intrinsèques les plus faibles.

La situation actuelle du réseau autoroutier où tous les contrats sont à prix fixe

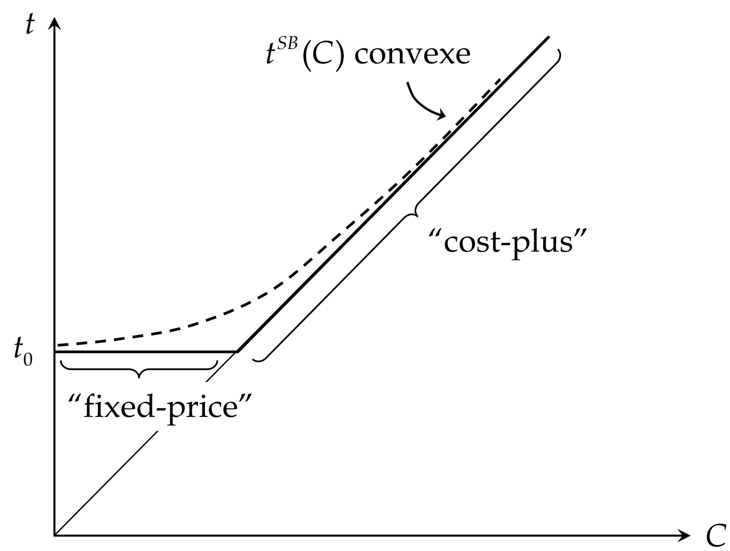


FIGURE 6 – Un menu simple $t(C) = \max\{t_0, C\}$.

est un cas limite : pour assurer la participation même lorsque le coût intrinsèque est le plus défavorable, le prix fixe doit être suffisamment élevé, créant ainsi autant de rentes coûteuses pour le contribuable lorsque le coût intrinsèque est plus favorable.

Inversement, si le prix fixe est faible, la plupart des concessionnaires (sauf ceux ayant les coûts intrinsèques les plus faibles) prendront l'option remboursement des coûts et n'exerceront aucun effort. À cet égard, introduire une option *cost plus* dans un système de *price cap* pur revient à réduire les rentes financières lorsque les coûts intrinsèques sont faibles au détriment de l'effort lorsque les coûts intrinsèques sont élevés.

Quel serait alors le menu à deux options optimal ? En fait, le contrat est entièrement déterminé par la valeur de l'option incitative, c'est-à-dire le prix fixe t_0. Notons à cet égard qu'un concessionnaire dont le coût intrinsèque est θ_0 qui est indifférent entre opter pour le prix fixe t_0 ou pour le remboursement des coûts est défini par la condition

$$U_0(\theta_0) = U_1(\theta_0)$$

avec

$$\begin{aligned} U_0(\theta) &= (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + \max_e t_0 - (\theta - e) - \psi(e) \\ &= (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + t_0 - \theta + k \quad \text{où } k = e^{FB} - \psi(e^{FB}) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} U_1(\theta) &= (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + \max_e -\psi(e) \\ &= (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}). \end{aligned}$$

Nous déduisons de U_0 et U_1 immédiatement la valeur de θ_0 comme

$$\theta_0 = t_0 + k. \tag{22}$$

Comme souligné plus haut, les concessionnaires avec un faible coût intrinsèque, tels que $\theta \leq \theta_0$, optent pour le prix fixe tandis que ceux dont le coût intrinsèque est élevé, tels que$\theta \geq \theta_0$, préfèreront le remboursement des coûts.

Proposition 4. *Le menu d'options simples $t_0^{SB}(C) = \max\{t_0^{SB}, C\}$ qui est optimal conduit à choisir $\theta_0^{SB} = t_0^{SB} + k$ tel que*

$$\left(1 - \frac{\alpha}{1+\lambda}\right)\frac{F(\theta_0^{SB})}{f(\theta_0^{SB})} = k, \tag{23}$$

dès lors que

$$\left(1 - \frac{\alpha}{1+\lambda}\right)\frac{1}{f(\bar{\theta})} > k \tag{24}$$

et $\theta_0^{SB} = \bar{\theta}$ sinon.

La condition d'optimalité (23) montre que le concessionnaire est d'autant plus susceptible d'opter pour le prix fixe (θ_0^{SB} plus grand) que les gains générés par l'effort, k, sont importants ou que les rentes financières sont peu coûteuses (α grand, λ petit). Nous retrouvons ici une expression de l'arbitrage fondamental entre recherche de l'efficacité et extraction de la rente financière coûteuse.

La condition (24) montre qu'il est toujours préférable d'offrir une option *cost plus* en plus de l'option *price cap* dès lors que les gains d'efficacité espérés (k) sont assez faibles. Lorsque cette condition n'est pas vérifiée, il est alors préférable de ne proposer qu'un contrat prix fixe avec $t_0^{SB} = \bar{\theta} - k$.

Dans quelle mesure le menu simple $t(C) = \max\{\theta_0^{SB} - k, C\}$ ainsi construit permet-il d'approcher les performances de la subvention optimale non linéaire, $t^{SB}(C)$? Cette question a été examinée par Rogerson (2003). Considérons le coût espéré en subventions, incluant les rentes financières associées à un profil d'effort $e(\theta)$. En supposant $\alpha = \lambda = 0$, ce coût total espéré s'écrit dans notre modèle :

$$\mathbb{E}_\theta\left(\theta - e(\theta) + \psi(e(\theta)) + U(\theta)\right) = \mathbb{E}_\theta\left(\theta\right) + \Gamma(e)$$

où

$$\Gamma(e) = \mathbb{E}_\theta \left(-e(\theta) + \psi(e(\theta) + U(\theta)\right)$$

avec $U(\theta) = \int_\theta^{\bar{\theta}} \psi'(e(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}$.

Le terme $\Gamma(e)$ correspond au gain net moyen résultant des incitations à l'effort, par rapport au coût intrinsèque moyen. Désignons par Γ^{SB} la valeur de cette expression pour la subvention optimale non linéaire $t^{SB}(C)$ et par Γ_0^{SB} sa valeur pour le menu simple $\max\{\theta_0^{SB} - k, C\}$.

Proposition 5. *Supposons que $\psi(e) \equiv \frac{e^2}{4k}$, avec $2k < 1$, θ uniformément distribué sur $[\underline{\theta}, \underline{\theta} + 1]$, et $\alpha = \lambda = 0$.*

$$\Gamma_0^{SB} = \frac{3}{4}\Gamma^{SB}. \tag{25}$$

En supposant un coût de l'effort quadratique et une loi uniforme, comme dans notre exemple d'application, on constate qu'un menu simple permet d'atteindre une part significative des gains possibles de l'effort. Bien sûr, il est toujours possible d'améliorer la situation avec l'ajout d'autres options, par exemple une option intermédiaire avec remboursement partiel du coût observé. Le gain additionnel apporté par une troisième option dépendra là encore du cas d'étude.

Résumé : *Pour mettre en place des contrats incitatifs,*

— *il est possible de concevoir des menus de contrats où la règle de remboursement est linéaire par rapport au coût observé. Le concessionnaire choisit l'option qui lui convient le mieux dans le menu, révélant ainsi son coût, et n'a aucun intérêt à dévier du coût cible sur lequel il s'est engagé.*

— *Le menu de contrats linéaires remplace sans pertes la subvention non linéaire optimale si celle-ci est convexe. Il faut toutefois autant d'options que de coûts intrinsèques possibles.*

— *Une autre solution est de réduire arbitrairement le nombre possible d'options. Cela a l'avantage de la simplicité mais la révélation de l'information ne sera plus que partielle.*

— *Un menu simple à deux options, prix fixe ou remboursement des coûts peut permettre d'atteindre une part significative des gains obtenus avec la subvention non linéaire optimale.*

— *Dans le cas des autoroutes, le système actuel de prix fixe pur pourrait être amélioré par l'introduction d'une option remboursement des coûts à même d'attirer le concessionnaire si le coût intrinsèque est élevé tout en réduisant le prix fixe à payer si le coût* *intrinsèque est faible. Pour cela, il faut et suffit que les gains d'efficacité attendus de l'effort ne soient pas trop importants.*

■

5 Deux hypothèses du modèle doivent être levées dans le cas des négociations d'avenants

5.1 Les subventions ne sont pas toujours possibles

En réalité, le cas du transport routier est quelque peu différent de celui décrit dans les sections précédentes ; les subventions directes ne sont pas toujours possibles ou tout du moins ne sont pas définies selon les modalités présentées dans la section précédente. En effet une pression budgétaire excessive peut pousser la puissance publique à préférer des modes de financement des infrastructures passant seulement par l'usage, c'est-à-dire par un péage.

5.1.1 Reformulation du modèle

Dès lors que les subventions sont impossibles, seules les recettes de péage (nettes des coûts de maintenance) permettent de satisfaire la contrainte de profits positifs du concessionnaire indispensables à sa participation. Rappelons que R désigne ce revenu net :

$$R = (p - c_0)D(p), \tag{26}$$

où $R \in [0, R^m]$, R^m étant le revenu net d'un monopole que nous définirons comme étant $R^m = \max_p (p - c_0)D(p)$. Pour une telle valeur de R, il existe un seul prix de l'usage, dénoté par $P(R)$ et appartenant à $[c_0, p_m]$ (où $p_m = \arg\max\limits_{p}(p - c_0)D(p)$). Le surplus net du consommateur s'écrit alors

$$v(R) \equiv S(D(P(R)) - P(R)D(P(R)).$$

Il est facile de vérifier que $v'(R) < 0$ et $P'(R) > 0$. Nous supposerons de plus que $v''(R) < 0$ afin que le surplus des consommateurs soit concave, assurant l'existence d'un maximum.

Munis de ces notations, et en supposant que par la suite $\alpha = 0$, nous pouvons réécrire les profits du concessionnaire et du concédant comme étant respectivement

$$U = R - C - \psi(\theta - C)$$

et

$$W = v(R).$$

• Applications. Pour illustrer notre propos, considérons le cas où les usagers retirent une utilité $\tilde{v}$ pour une unité de service où $\tilde{v}$ est tirée d'une loi exponentielle sur $\mathbb{R}^+$ de moyenne $\mu > 0$. Nous avons alors $D(p) = 1 - F(p) = e^{-\frac{p}{\mu}}$, $P(R)$ est déterminé par la condition

$$R = (P(R) - c_0)e^{-\frac{P(R)}{\mu}} \tag{27}$$

et

$$v(R) = \frac{1}{\mu}\int_{P(R)}^{\infty}(\tilde{v} - P(R))e^{-\frac{\tilde{v}}{\mu}}d\tilde{v} = \mu e^{-\frac{P(R)}{\mu}} = \frac{\mu R}{P(R) - c_0}. \tag{28}$$

Il est immédiat de calculer

$$v'(R) = -P'(R)e^{-\frac{P(R)}{\mu}} = \frac{\mu}{P(R) - c_0 - \mu} < 0 \tag{29}$$

et

$$v''(R) = -\frac{\mu P'(R)}{(P(R) - c_0 - \mu)^2} < 0 \tag{30}$$

■

5.1.2 Information asymétrique : le contrat optimal

Un schéma incitatif consiste maintenant à allouer un revenu net du service $R(C)$ conditionnellement au coût C auquel s'engage le concessionnaire. La rente financière $U(\theta)$ associée à un tel schéma et les coûts correspondants sur lesquels le concessionnaire s'engage sont maintenant définis comme

$$U(\theta) = \max_C R(C) - C - \psi(\theta - C) \tag{31}$$

et

$$C(\theta) \equiv \arg\max_C R(C) - C - \psi(\theta - C). \tag{32}$$

Le problème d'optimisation du concédant s'exprime dorénavant comme suit :

$$(\mathcal{P}^{SB}) : \begin{cases} \max\limits_{\{C(\theta),R(C)\}} \mathbb{E}_\theta(v(R(C(\theta)))) \\ \text{s.c. (9)-(31) et (32).} \end{cases}$$

Les caractéristiques principales de la solution à ce problème sont réunies dans la proposition suivante.

Proposition 6. *En information asymétrique et en l'absence de subventions directes, l'allocation optimale de second rang, lorsque $C^{SB}(\theta)$ est croissant, $(p^{SB}(\theta), e^{SB}(\theta) = \theta - C^{SB}(\theta), U^{SB}(\theta))$ a les caractéristiques suivantes :*

— *le péage est supérieur au coût marginal du service :*

$$p^{SB}(\theta) \geq c_0. \tag{33}$$

$p^{SB}(\theta)$ est une fonction croissante de θ.

— *l'effort de second rang est réduit en-deçà de sa valeur au premier rang :*

$$\psi'(e^{SB}(\theta)) = 1 - \frac{\psi''(e^{SB}(\theta))}{f(\theta)v'(R^{SB}(C^{SB}(\theta)))} \int_{\underline{\theta}}^{\theta} f(\tilde{\theta})v'(R^{SB}(C^{SB}(\tilde{\theta})))d\tilde{\theta}. \tag{34}$$

— *le concessionnaire obtient une rente financière positive quel que soit son coût intrinsèque θ (ou nulle pour $\theta = \bar{\theta}$) :*

$$U^{SB}(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \psi'(e^{SB}(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}. \tag{35}$$

— *les revenus nets du service sont toujours positifs :*

$$R^{SB}(C^{SB}(\theta)) = \theta - e^{SB}(\theta) + \psi(e^{SB}(\theta)) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \psi'(e^{SB}(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta} \geq 0. \tag{36}$$

En l'absence de subventions directes, seuls les revenus nets du service permettent l'équilibre budgétaire du concessionnaire. Le péage doit donc être fixé au-dessus de son coût marginal, impliquant par la même des distorsions allocatives et un usage sous-optimal. C'est le prix payé par l'usager du fait que le concédant ne puisse pas faire appel au contribuable pour payer le concessionnaire.

Pour comprendre comment le péage $p^{SB}(\theta)$ doit varier avec les caractéristiques intrinsèques du projet, il est nécessaire de réécrire la condition d'optimalité pour le mécanisme incitatif optimal (32) à l'aide d'une condition du premier ordre. Nous obtenons

$$R^{SB'}(C^{SB}(\theta)) = 1 - \psi'(e^{SB}(\theta)) \geq 0. \tag{37}$$

En d'autres termes, le schéma de redistribution des revenus nets de l'usage $R^{SB}(C)$ est une fonction croissante des coûts du projet affichés par le concessionnaire. En conséquence, $R^{SB}(C^{SB}(\theta))$ et $p^{SB}(\theta)$ sont toutes deux des fonctions croissantes de θ. Les distorsions allocatives de l'usage sont d'autant plus significatives que les coûts fixes associés au projet sont importants.

L'arbitrage entre efficacité allocative et extraction de la rente financière du concessionnaire reste toutefois similaire au scénario où les subventions sont possibles. Pour rendre moins attractive une estimation excessive du coût du projet, il est ici encore nécessaire d'introduire des distorsions de l'effort dès lors que l'opérateur fait face à des coûts importants ; distorsions données maintenant par (34).

La logique est la même que dans le cas où les subventions seraient possibles. Réduire les efforts des concessionnaires à coûts importants diminue la rente financière de ceux ayant des coûts plus faibles.

La nature des distorsions (le membre de droite de (34)) dépend bien entendu du coût social des rentes financières du concessionnaire. Lorsque les subventions directes sont possibles, ces rentes financières sont évaluées en termes de leur coût budgétaire et c'est donc le coût des fonds publics qui détermine l'importance de ces distorsions. Lorsque, *a contrario*, les subventions directes ne sont pas réalisables, transférer de la rente financière au concessionnaire requiert une distorsion allocative du point de vue de l'usage et les distorsions de l'effort sont mesurées en termes de la diminution marginale du surplus du consommateur $v'(R^{SB}(C^{SB}(\theta)))$ comme illustré par le terme de droite de (34).

5.1.3 Propriétés du contrat optimal

Nous avons déjà observé que $R^{SB}(C)$ était une fonction croissante (voir (37)). Puisque $e^{SB}(\underline{\theta}) = e^{FB}$, il vient

$$R^{SB'}(C^{SB}(\underline{\theta})) = 0, \tag{38}$$

et dans un voisinage de $C^{SB}(\underline{\theta})$, les revenus nets du service sont indépendants des coûts annoncés

$$R^{SB}(C) \approx R^{SB}(C^{SB}(\underline{\theta})) \text{ pour } C \sim C^{SB}(\underline{\theta}). \tag{39}$$

Différentions une nouvelle fois (37) par rapport à θ, nous obtenons

$$R^{SB''}(C^{SB}(\theta))\dot{C}^{SB}(\theta) = -\psi''(e^{SB}(\theta))\dot{e}^{SB}(\theta) \geq 0$$

dès lors que $\dot{e}^{SB}(\theta) \leq 0 \leq \dot{C}^{SB}(\theta)$ comme requis. Nous en déduisons immédiatement que $R^{SB}(C)$ est une fonction convexe avec une dérivée au plus égale à un (encore d'après (37)).

Modulo le fait que les revenus nets du service remplacent dorénavant les subventions directes, nous pouvons importer nos précédents résultats et notamment la Proposition 3 dans le contexte présent.

Proposition 7. *Le contrat optimal $R^{SB}(C)$ étant convexe, il peut être remplacé par le menu de ses tangentes*

$$R^{SB}(C_0) + R^{SB'}(C_0)((C - C_0)$$

pour $C_0 \in [C^{SB}(\underline{\theta}), C^{SB}(\bar{\theta})]$ sans modifier ni le profil de rente financière $U^{SB}(\theta)$ ni les efforts $e^{SB}(\theta)$ associés.

• Applications. Revenons à notre exemple numérique où la fonction de demande $D(p)$ est dérivée d'une distribution des utilités pour l'usage qui est exponentielle. Supposons que la désutilité de l'effort soit quadratique et de la forme $\psi(e) = \frac{e^2}{4k}$, où $k = e^{FB} - \psi(e^{FB})$, et $e^{FB} = 2k$. Supposons aussi que $F(\theta) = \theta - \underline{\theta}$, i.e. θ est uniformément distribué sur $\Theta = [\underline{\theta}, \underline{\theta} + 1]$. L'effort de second rang $e^{SB}(\theta)$ est lié au péage par la formule

$$e^{SB}(\theta) = 2k\left(1 - \int_{\underline{\theta}}^{\theta} \frac{P(R^{SB}(C^{SB}(\theta))) - c_0 - \mu}{P(R^{SB}(C^{SB}(\tilde{\theta}))) - c_0 - \mu} d\tilde{\theta}\right) < 2k = e^{FB}(\theta).$$

■

5.1.4 Approximation via un menu simple à deux options

La transposition de nos précédents résultats de la Section 4.2 est immédiate. Un menu simple est maintenant composé de deux options. La première option garantit un revenu net du service constant, que nous dénoterons par R_0. Cette option, qui est le pendant d'un contrat à prix fixe dans un contexte où les subventions directes sont absentes est incitative. Le concessionnaire la choisissant exerce l'effort de premier rang e^{FB}. Il obtient ainsi une rente financière $U_0(\theta)$ définie comme étant

$$U_0(\theta) = \max_e R_0 - \theta + e - \psi(e) = R_0 + k - \theta.$$

La deuxième option consiste à rembourser les coûts du projet par les revenus nets d'exploitation ; le pendant d'un contrat *cost plus* dans un contexte où les subventions sont absentes.

Nous avons donc $R_1(C) = C$ pour une telle option et la rente financière associée $U_1(\theta)$ satisfait maintenant

$$U_1(\theta) = \max_e -\psi(e) = 0.$$

En d'autres termes, cette option consiste pour le concessionnaire à opérer à l'équilibre budgétaire mais sans aucune incitation à l'effort. Le coût intrinsèque θ_0, qui est indifférent entre ces deux options est donc déterminé par la condition

$$\theta_0 = R_0 + k. \tag{40}$$

Les concessionnaire dont le coût intrinsèque est $\theta \leq \theta_0$ optent pour l'option incitative tandis que ceux pour qui $\theta \geq \theta_0$ préfèrent l'option zéro profit.

Proposition 8. *Le menu d'options simples* $R_0^{SB}(C) = \max\{R_0^{SB}, C\}$ *qui est optimal conduit à choisir* $\theta_0^{SB} = R_0^{SB} + k$ *tel que*

$$\frac{v(\theta_0^{SB} - k) - v(\theta_0^{SB})}{-v'(\theta_0^{SB} - k)} = \frac{F(\theta_0^{SB})}{f(\theta_0^{SB})}, \tag{41}$$

dès lors que

$$\frac{v(\bar{\theta} - k) - v(\bar{\theta})}{-v'(\bar{\theta} - k)} < \frac{1}{f(\bar{\theta})}, \tag{42}$$

et $\theta_0^{SB} = \bar{\theta}$ *sinon.*

La concavité de $v(\theta)$ implique immédiatement que

$$v(\theta^{SB} - k) - v(\theta_0^{SB}) < -v'(\theta_0^{SB} - k)k.$$

En important ce résultat dans (41) nous obtenons

$$k > \frac{F(\theta_0^{SB})}{f(\theta_0^{SB})}.$$

La comparaison avec (23) (pris dans le cas $\alpha = 0$) et l'hypothèse de log-concavité de $F(\theta)$ nous amène à conclure que l'option incitative est moins probable dès lors que les subventions directes ne sont pas réalisables. Cela s'explique par le fait qu'utiliser l'argent des usagers pour payer le concessionnaire se révèle en général plus coûteux que d'utiliser l'argent du contribuable, en raison des distorsions d'usage. Ainsi, la condition (42) garantit qu'il est toujours optimal d'inclure une option remboursement des coûts dans un menu simple.

• Applications. Toujours dans le cadre d'un modèle exponentiel avec distribution uniforme, la condition (41) peut être écrite comme

$$\theta_0^{SB} = \underline{\theta} + (P(\theta_0^{SB} - k) - c_0 - \mu) \int_{\theta_0^{SB}-k}^{\theta_0^{SB}} \frac{d\tilde{\theta}}{P(\tilde{\theta}) - c_0 - \mu}.$$

Or, en tenant compte de (27) ;

$$\theta_0^{SB} = \underline{\theta} + \left((\theta_0^{SB} - k)e^{\frac{\theta_0^{SB}-k}{\mu}} - \mu\right) \int_{\theta_0^{SB}-k}^{\theta_0^{SB}} \frac{d\tilde{\theta}}{(\tilde{\theta} - k)e^{\frac{\tilde{\theta}-k}{\mu}} - \mu}.$$

Cette expression montre qu'il suffit de connaître la moyenne μ de la distribution des préférences des usagers et les gains de l'effort k pour estimer θ_0^{SB} et donc la probabilité θ_0^{SB} qu'un concessionnaire opère selon une option incitative. ■

5.2 Il existe une incertitude sur les coûts

En pratique, et même si le concessionnaire est prêt à s'engager *a priori* à un coût du projet C, les coûts réellement observés $\tilde{C}$ sont de la forme :

$$\tilde{C} \equiv C - \varepsilon$$

où ε est un aléa que nous supposerons d'espérance nulle, $\mathbb{E}_\varepsilon$, de distribution H et de densité $h = H'$ sur $\mathbb{R}$. Nous supposerons que l'aléa ε est exogène indépendant de toute action du concessionnaire de coûts intrinsèque θ.

Bien entendu, le fait que les coûts réalisés diffèrent des engagements initiaux et donc que la performance finale ne soit qu'une version bruitée des choix initiaux de l'opérateur peut *a priori* modifier la nature des contrats proposés.

Pour analyser ce problème, considérons tout d'abord le cas où les subventions directes sont possibles. Notre précédente analyse a montré dans quelle mesure le cas polaire où ces subventions sont absentes est similaire. Suivant en cela Caillaud, Guesnerie et Rey (1992), nous observons qu'un contrat $t(C)$ contingent aux engagements C du concessionnaire peut être concrétisé même si ces derniers sont *in fine* bruités s'il existe une autre rémunération pour le service $\bar{t}(\tilde{C})$ telle que [11]

$$t(C) = \mathbb{E}_\varepsilon(\bar{t}(C-\varepsilon)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{t}(C-\varepsilon)h(\varepsilon)d\varepsilon.$$

En pratique, la résolution de cette équation fonctionnelle n'est pas nécessaire dès lors que l'on observe qu'une tarification convexe, par example $t^{SB}(C)$, est l'enveloppe de ces tangentes linéaires. En effet, pour un contrat linéaire de la forme requise, nous avons

$$\mathbb{E}_\varepsilon(t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C-\varepsilon-c_0)) \equiv t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C-c_0).$$

Comme les menus de contrats linéaires concrétisent l'allocation optimale lorsque l'observation des performances est parfaite, ils gardent cette propriété lorsque ces performances sont bruitées.

Résumé : *Lorsque les subventions directes ne sont pas réalisables,*

— *il est possible d'y substituer les recettes de péage pour équilibrer le budget du concessionnaire.*

— *Cela se traduit par une hausse du péage au-dessus du coût marginal et donc des pertes de surplus pour les usagers.*

— *Le contrat optimal associe un péage en fonction du coût observé et ses propriétés sont similaires à celles observées pour le cas où les subventions directes sont possibles, à savoir une distorsion à la baisse des efforts pour réduire les rentes financières (sauf pour le coût intrinsèque le plus favorable) et une possible substitution du contrat optimal par un menu de remboursements linéaires par rapport au coût observé.*

— *L'étude d'un menu de type prix fixe/remboursement des coûts montre que le menu optimal est structuré pour que l'option remboursement des coûts soit plus fréquente par rapport à la situation où les subventions directes seraient possibles, car utiliser l'argent des usagers pour payer le concessionnaire se révèle en général plus coûteux que d'utiliser l'argent du contribuable.*

Si les coûts observés diffèrent, en raison d'aléas, des coûts sur lesquels le concessionnaire s'est engagé, le menu de contrats linéaires reste toutefois optimal et apporte toutes les bonnes incitations si la subvention non linéaire optimale est convexe. ■

11. Voir l'annexe 6.2.3 pour une méthode de résolution.

6 Comment calibrer le menu optimal lorsqu'il existe une incertitude sur les gains d'efficacité ?

Dans cette dernière section, nous allons discuter des problématiques de mise en œuvre d'un menu de contrats. En particulier, nous aborderons les méthodes d'estimation permettant de calibrer des contrats d'avenants dans le cas de la recherche de menus de contrats linéaires équivalents au contrat optimal et dans le cas de menus simples à deux options prix fixe et remboursement des coûts.

6.1 Quelques apports de la littérature scientifique et technique concernant la mise en œuvre d'un contrat optimal ou d'un menu de contrats

6.1.1 L'approche proposée par OXERA

Le schéma incitatif proposé par le cabinet de conseil OXERA dans son rapport "Assessing approaches to expenditure and incentives, prepared for OFWAT" (OXERA, 2007) est l'une des mises en oeuvre pratiques les plus célèbres d'un menu de contrat dans le cadre de la régulation d'un monopole. Il présente de nombreuses similarités avec le cas exposé ici. Par ailleurs, le résultat de Laffont et Tirole (1986) sur l'équivalence entre la subvention optimale (convexe) et le menu de contrats linéaires est au coeur de la proposition d'OXERA.

On peut résumer la procédure proposée par le cabinet OXERA de la façon suivante. Le concessionnaire se voit proposer le menu de contrats linéaires suivant, où, comme ci-dessus, C est le coût observé et C_0 est le coût "cible",

$$t(C, C_0) = t_1(C_0) + t_2(C_0)(C - C_0)$$

où

$$\begin{aligned} t_1(C_0) &= \alpha_1 + \alpha_2 C_0 + \alpha_3 C_0^2 \\ t_2(C_0) &= \sigma_1 + \sigma_2 C_0 \end{aligned}$$

soit un transfert de base t_1 quadratique en C_0 et un coefficient t_2 (pouvoir incitatif du menu) qui varie de façon linéaire avec C_0.

Comme le concessionnaire est libre de choisir le contrat qui lui sied, il choisit un coût cible C_0 qui maximise la rente financière :

$$\max_{C_0} t(C, C_0) - C - \psi(\theta - C)$$

ce qui revient à choisir le coût cible C_0 maximisant la subvention $t(C, C_0)$. La condition du premier ordre associée est

$$t_1'(C_0) - t_2(C_0) + t_2'(C_0)(C - C_0) = 0 \tag{43}$$

et elle définit implicitement $C_0^*(C)$ comme solution. Le concédant souhaiterait que le concessionnaire choisisse en fait $C_0^*(C) = C$ (contrainte incitative) et pour cela, en prenant (43) évaluée en $C_0 = C$, on doit avoir nécessairement pour tout C_0 :

$$t_1'(C_0) - t_2(C_0) = 0 \tag{44}$$

soit

$$\alpha_2 = \sigma_1 \text{ et } 2\alpha_3 = \sigma_2.$$

On retrouve bien un menu de contrats qui possède les propriétés du menu de tangentes du contrat optimal $t^{SB}(C)$ données par la Proposition 3.

Toutefois, l'approche d'OXERA comporte deux problèmes. En premier lieu, la spécification de t_1 et t_2 en fonction de C_0 dépend des fonctions ψ et de $F(\theta)$. Il est facile de voir que la spécification quadratique de t_1 et linéaire de t_2 retenue par OXERA n'est justifiée que si ψ est quadratique et F est uniforme. Si le modèle sous-jacent ne répond à cette exigence, alors le menu OXERA n'est pas équivalent au contrat optimal et il est impossible, en l'absence d'estimation de cette dernière, de pouvoir connaître l'erreur d'approximation commise dans ce cas. En second lieu, OXERA ne propose pas de méthode de calibrage du schéma incitatif.

6.1.2 L'estimation de modèles structurels

Dans la littérature, il existe plusieurs exemples d'estimations de modèle structurel permettant un calibrage optimal du menu de contrats.

À titre d'exemples, voici quelques travaux utiles pour comprendre la démarche et ses apports potentiels pour la régulation des contrats d'avenants. Tout d'abord, Gagnepain et Ivaldi (2002) étudient les contrats de régulation du transport urbain en France. Leur approche novatrice permet de comparer les contrats existants avec ceux optimaux et d'estimer le gain en bien-être attendu lorsque le contrat optimal est mis en place. Pour cela, des données de coûts et d'activité permettent d'estimer une fonction de coût pour les opérateurs de transport urbain, en tenant compte de la présence d'asymétrie d'information entre ceux-ci et les autorités publiques locales en charge de la régulation. La source des distorsions de coût est liée à la différence entre la force de travail brute et la force de travail *efficace* qui dépend d'un paramètre inconnu θ d'efficacité du travail (lié à la nature du réseau de transport) et d'un effort e que le manager peut exercer pour contrebalancer toute inefficacité du travail. Il est clair que la présence d'asymétrie d'information va également affecter le choix des autres intrants (par exemple, choix en capital, matières premières et énergétiques). La difficulté de la tâche de l'économètre est que ni θ ni e ne sont observables par lui-même ou par l'autorité de régulation. Les contrats observés sont de type *cost plus* ou *fixed price* selon la localité considérée (les recettes de péage étant récupérées par l'autorité, une subvention est apportée à l'opérateur soit pour couvrir les coûts observés si le contrat est en *cost plus*, soit pour assurer l'équilibre budgétaire en espérance si le contrat est en *price cap*). On suppose que l'assignation d'un réseau à un type de contrat est exogène, ce qui constitue une hypothèse forte mais nécessaire pour l'analyse. La méthode d'estimation est paramétrique en supposant une fonction de coût de type Cobb-Douglas, une désutilité de l'effort de type exponentielle et une distribution de θ suivant une loi Beta. *In fine*, les auteurs sont capables de calculer le niveau de bien-être obtenu avec les contrats utilisés en pratique et de comparer celui-ci avec celui qu'on obtiendrait en utilisant le contrat optimal d'information incomplète et complète, et cela pour les différents réseaux de grandes villes compris dans l'échantillon.

Abito (2020) met en œuvre une méthode similaire pour étudier les contrats de régulation des producteurs locaux d'électricité aux États-Unis. L'estimation du modèle est facilitée par le fait que la régulation d'un même producteur évolue dans le temps d'un contrat *cost plus* lors de la révision des termes de la régulation vers un contrat de type *fixed price* lors de la période où la régulation n'est pas révisée. On peut donc observer la réaction d'un producteur au changement de contrats au cours du temps et par là même identifier le type et la désutilité de l'effort. L'estimation de la fonction de coût et de la désutilité de l'effort repose sur une spécification similaire à Gagnepain et Ivaldi (Cobb-Douglas et désutilité de type exponentielle). Toutefois l'estimation de la distribution des types peut être réalisée ici de façon non paramétrique. Enfin, Abito calcule le gain en bien-être qui serait obtenu si on utilisait la régulation optimale par rapport à l'alternance observée de *cost plus* et de *price cap* au cours du temps. Il calcule également le gain en bien-être qui peut être capturé en substituant la régulation optimale avec un menu simple à options *cost plus* et *price cap*. Ce gain est d'ailleurs estimé à au moins 70% tant que le coût des fonds publics λ n'excède pas 0.3.

Enfin, D'Hautefeuille et Février (2020) analysent les contrats de rémunérations des enquêteurs de terrain de l'INSEE. Ces enquêteurs sont rémunérés avec des schémas affines simples (partie fixe plus bonus par enquête réalisée). Des changements exogènes dans le bonus au cours du temps permettent d'identifier et d'estimer non paramétriquement la fonction de coût et la distribution des types (reliés ici à la difficulté localement de réaliser l'enquête demandée). Ils montrent que la formule de paiement retenue par l'INSEE est presque optimale puisque la perte estimée par rapport au contrat optimal ne dépasse pas 16%.

Une démarche d'estimation d'un modèle structurel le plus général possible est envisageable sur le cas autoroutier compte tenu des données existantes sur les contrats d'avenants en France. Il est toutefois probable que l'analyste se heurte au problème de la difficulté d'estimation des gains d'efficacité puisque les contrats observés sont de tous de type prix fixe. Nous allons rediscuter ce problème dans la section suivante sur les menus simples à deux options.

6.2 Estimation des menus simples à deux options

Dans cette section, nous allons exposer plusieurs méthodes de calibrage d'un menu simple à deux options, *fixed price* et *cost plus*. Nous supposons que la distribution des coûts intrinsèques est connue tandis que l'économie de coût, rendue possible par les incitations à l'effort, est sujette à incertitude pour le concédant. Pour des raisons de simplicité, nous nous plaçons également dans le cas où les subventions directes sont possibles, l'extension au cadre de la section 5.1.1 ne posant pas de problème particulier en supposant la demande bien connue.

6.2.1 L'incertitude sur les gains d'efficacité et ses conséquences

Un élément crucial pour la mise en œuvre de menus simples à deux options est la connaissance des gains d'efficacité de l'effort. Dans notre modèle, cette hypothèse consiste à considérer que le concédant partage avec le contractant la connaissance parfaite du paramètre k. C'est cette connaissance parfaite qui permet de déterminer la segmentation optimale du marché entre les entreprises efficaces qui évolueront sous un contrat *fixed price* et celles qui le sont moins et qui opéreront sous un contrat *cost plus*.

Qu'advient-il donc de la structure de ces menus dès lors que le concédant ignore l'importance de ces gains d'efficacité ? Une première approche de ce problème consiste à simplement évaluer la perte engendrée par une mauvaise estimation des gains d'efficacité. Pour simplifier, supposons que le concédant sait que k est inférieur à la valeur limite $1/f(\overline{\theta})$, au-delà de laquelle un contrat prix fixe est optimal quel que soit le coût intrinsèque. Le concédant ne connait pas la valeur de k mais forme une estimation k_e qui peut être supérieure ou inférieure à la vraie valeur k.

Comparons les gains moyens résultants des incitations à l'effort apportées par le menu simple dans la situation où k est connu et dans la situation où k_e est utilisé pour calibrer le menu. Sans aucune incitation à l'effort, le coût moyen de l'avenant se résume au coût moyen intrinsèque $\mathbb{E}_\theta \theta$. Avec un menu offrant une option prix fixe t_0, le coût moyen de l'avenant est composé du prix fixe factorisé par la probabilité que cette option soit choisie et du coût intrinsèque moyen à rembourser lorsque l'option *cost plus* est choisie :

$$\bar{t}_0 = \int_{\underline{\theta}}^{\theta_0} t_0 dF(\theta) + \int_{\theta_0}^{\overline{\theta}} \theta dF(\theta)$$

où $\theta_0 = t_0 + k$. Le gain moyen associé est calculé comme la différence $\mathbb{E}_\theta \theta - \bar{t}_0$ soit,

$$\Gamma_0 = \int_{\underline{\theta}}^{\theta_0} (\theta - t_0) dF(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\theta_0} (\theta + k - \theta_0) dF(\theta) \tag{45}$$

où $\theta_0(k)$ est donné par

$$\frac{F(\theta_0)}{f(\theta_0)} = k.$$

Lorsque le gain estimé k_e est utilisé pour calibrer le menu, le concédant offre un prix fixe t_e déterminé par $t_e = \theta_e - k_e$ avec $F(\theta_e)/f(\theta_e) = k_e$. Face à ce menu le concessionnaire choisit l'option prix fixe si et seulement si celui-ci excède son coût intrinsèque diminué du gain d'efficacité, soit $\theta - k < t_e$. Le type seuil est donc $\tilde{\theta} = t_e + k = \theta_e - k_e + k$ et dépend de k et de k_e. Observons que l'écart entre θ_0 et $\tilde{\theta}$ dépend de la distribution F de façon subtile. En effet,

$$\theta_0 - \tilde{\theta} = \theta_0 - \theta_e + k_e - k. \tag{46}$$

Lorsque le concédant surestime le gain d'efficacité ($k_e > k$), nous obtenons $\theta_e > \theta_0$ comme F est log-concave et l'écart $\theta_0 - \tilde{\theta}$ est donc a priori d'un signe indéterminé. La conclusion est similaire lorsque le concédant sous-estime le gain d'efficacité.

Ainsi, le coût moyen de la concession pour le concédant, lorsque l'estimation k_e est utilisée, est donné par :

$$\int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}} t_e dF(\theta) + \int_{\tilde{\theta}}^{\overline{\theta}} \theta dF(\theta)$$

de sorte que le gain moyen associé est

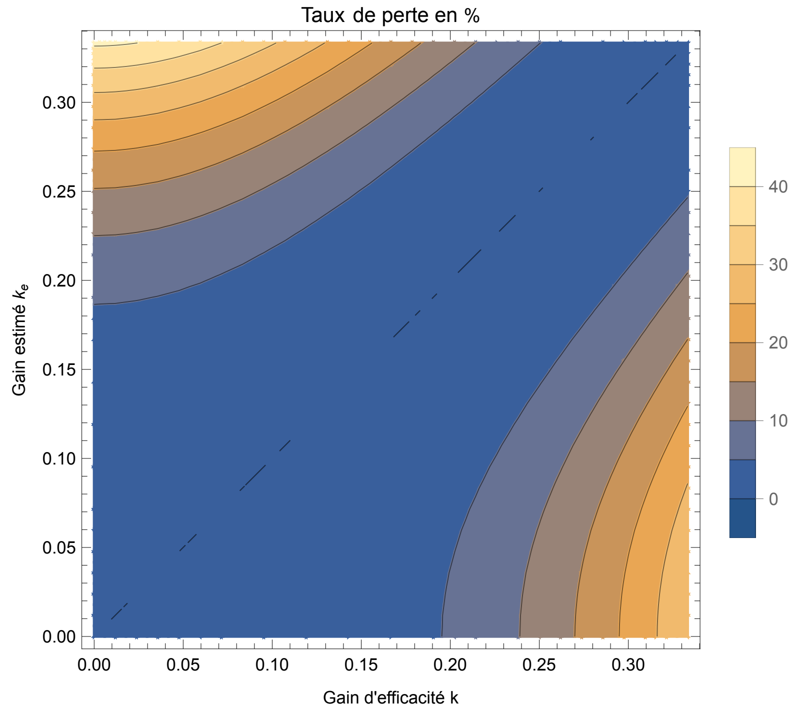
$$\Gamma_e = \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}} (\theta - t_e) dF(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}} (\theta + k - \tilde{\theta}) dF(\theta) \tag{47}$$

En comparant (45) et (47), il est clair que le type seuil séparant les concessionnaires choisissant un prix fixe et ceux choisissant l'option remboursement des coûts est une statistique exhaustive pour expliquer le taux de perte moyen $(\Gamma_0 - \Gamma_e)/\Gamma_0$ liée à une estimation erronée $k_e \neq k$. En d'autres termes, la perte est complètement caractérisée par le fait d'avoir une des deux options trop souvent retenue comparativement à la situation où k serait parfaitement connu.

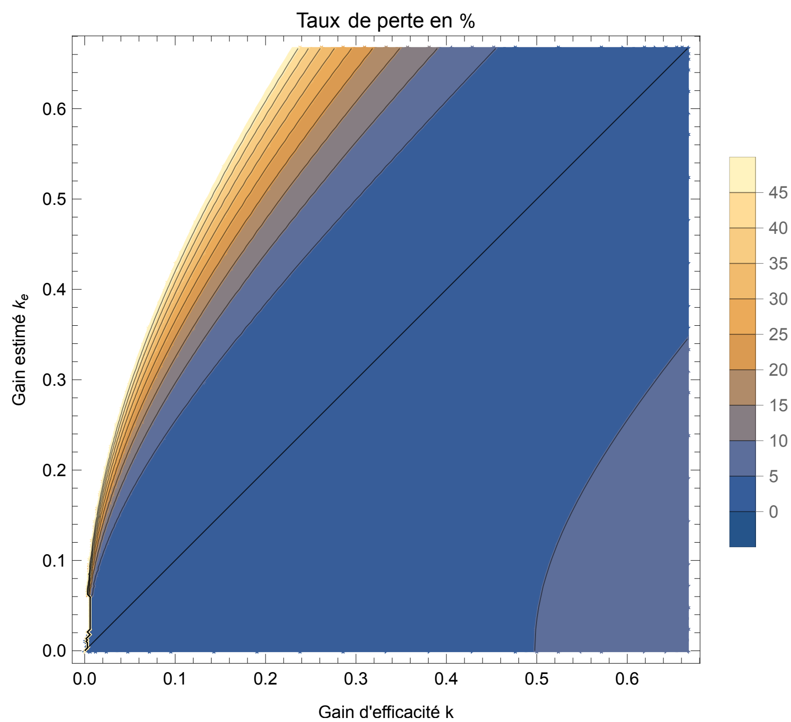
Pour illustrer la sensibilité du taux de perte moyen à la forme de la distribution F, considérons tout d'abord le cas d'une loi uniforme sur $\left[\underline{\theta}, \overline{\theta}\right]$. Dans ce cas, $\theta_0 = \underline{\theta} + k$ et $\theta_e = \underline{\theta} + k_e$. Ainsi, l'équation (46) donne $\theta_0 = \tilde{\theta}$ et toute erreur sur la valeur de k n'entraîne aucune perte pour le concédant. Intuitivement, comme avec la loi uniforme, le prix fixe optimal est constant et toujours égal à $\underline{\theta}$, une estimation erronée de k n'a donc aucune incidence. Ceci est clairement une situation très particulière.

Considérons maintenant des distributions dont la densité est une fonction affine du coût intrinsèque. Dans ce cas, le prix fixe dépend de l'estimation de k. La Figure 7 indique les courbes de niveaux du taux de perte moyen en fonction de k et k_e, tous deux compris entre 0 et $1/f(\overline{\theta})$, et ce pour deux exemples de densité affines à pente positive et à pente négative. Lorsque la pente de la densité est positive (négative), cela revient à mettre plus (moins) de poids sur les coûts intrinsèques élevés relativement aux coûts intrinsèques faibles. La Figure 7 suggère que surestimer ou sous-estimer fortement k peut entraîner des pertes conséquentes, notamment lorsque la densité est décroissante où le taux de perte peut rapidement devenir très grand lorsqu'on surestime le gain d'efficacité. [12]

12. Pour chacun des graphiques, k et k_e sont compris entre 0 et $1/f(\overline{\theta})$.



(a) Densité $f(\theta) = 4\theta - 3$ sur l'intervalle $(1, 3/2)$



(b) Densité $f(\theta) = -2\theta + 9/2$ sur l'intervalle $(1, 3/2)$

FIGURE 7 – Taux de perte en % en fonction de k et de k_e.

Une seconde approche complémentaire pour évaluer les conséquences de l'incertitude sur k pour le concédant revient à supposer que celui-ci forme des *a priori* possibles sur la distribution de ces gains et qu'il adopte en sus un comportement d'aversion à l'ambiguïté comme explicité par Gilboa et Schmeidler (1989). Le concédant choisit ainsi le menu qui maximise son espérance d'utilité lorsque cette dernière est évaluée avec la distribution qui minimise cette espérance (critère de décision de type *maximin* qui traduit une certaine prudence dans la prise de décision). Ce désir de robustesse est en réalité extrêmement contraignant comme le montre le résultat suivant.

Proposition 9. *Le menu max-min optimal en incertitude sur les gains d'efficacité se réduit à un simple contrat de remboursement des coûts.*

Ainsi, un comportement prudent du concédant l'amènerait à renoncer à offrir des incitations à l'effort en cas d'incertitude sur les gains qu'il pourrait en attendre. Ce résultat démontre qu'un des enjeux de la régulation incitative par menus est précisément pour le concédant de développer suffisamment d'expertise pour pouvoir évaluer les gains d'efficacité associés.

6.2.2 L'évaluation des gains d'efficacité via une approche simple

Nous nous proposons ici d'explorer une méthode pour évaluer un menu simple optimal à partir de données existantes. Le résultat de la Section 6.2.1 suggère qu'il est nécessaire de connaître les gains d'efficacités afin de déterminer un menu optimal *non trivial*.

Pour ce faire, nous supposons que le concédant a à sa disposition deux échantillons de contrats passés ; chacun fournissant des réalisations possibles de coûts réalisés pour des projets dont les coûts intrinsèques sont tirés dans la même loi F. Le premier échantillon, de taille n, est obtenu pour des firmes ayant opéré à prix fixes. Ces opérateurs ont donc fourni l'effort de premier rang et les réalisations des coûts correspondantes s'écrivent comme

$$C_i = \theta_i - 2k \quad \forall i = 1, .., n.$$

La distribution des coûts ainsi observés est dénotée par G_1 et sa densité g_1. L'identité précédente permet de déduire la relation entre cette loi et la loi des coûts intrinsèques θ_i comme

$$F(\theta) = G_1(\theta - 2k) \quad \forall \theta. \tag{48}$$

Il est clair que c'est la connaissance des gains d'efficacité k qui permet de retrouver la distribution des coûts intrinsèques θ de la distribution empirique des coûts réalisés.

Le second échantillon est de taille n' et provient de firmes ayant opté pour un remboursement total des coûts et, en conséquence, n'ayant pas exercé d'effort. Les coûts correspondants sont donc

$$C_i = \theta_i \quad \forall i = n+1, .., n+n'.$$

La distribution des coûts ainsi observés dans le second échantillon est maintenant dénotée par G_2 et sa densité g_2. Nous avons donc aussi

$$F(\theta) = G_2(\theta) \quad \forall \theta. \tag{49}$$

En pratique les distributions empiriques associées $\hat{G}_1$ et $\hat{G}_2$ ne vérifient pas forcément l'identité formelle déduite de (48) et (50),

$$G_1(\theta - 2k) = G_2(\theta) \quad \forall \theta. \tag{50}$$

L'observateur des échantillons 1 et 2 et des distributions empiriques associées $\hat{G}_1$ et $\hat{G}_2$ pourra néanmoins chercher le paramètre k le plus à même de minimiser la distance statistique entre ces deux distributions. Pour ce faire, il peut être intéressant de minimiser sur k l'entropie relative entre les deux échantillons, c'est à dire la quantité

$$\int_\Theta \hat{g}_1(\theta - 2k) \ln\left(\frac{\hat{g}_1(\theta - 2k)}{\hat{g}_2(\theta)}\right) d\theta.$$

Dans le cadre du transport autoroutier en France, les contrats sous-optimaux employés par le passé sont toujours à prix fixes. Par conséquent, l'échantillon 2 n'est pas a priori disponible. Une possibilité est donc d'obtenir des informations sur les contrats à remboursement des coûts dans d'autres pays ou de fixer un menu prix fixe/remboursement des coûts arbitraire avec une segmentation du marché entre opérateurs de coûts intrinsèques $\theta \leq \theta_1$ choisissant le prix fixe et des opérateurs de type $\theta \geq \theta_1$ choisissant le remboursement des coûts. Une fois cette segmentation entre deux échantillons réalisée, il devient possible d'estimer le paramètre k par la procédure de minimisation de la distance statistique ci-dessus et de déterminer enfin le menu optimal pour le paramètre k ainsi estimé.

6.2.3 L'évaluation des gains d'efficacité via un apprentissage graduel

Nous proposons ici une méthode alternative pour approcher au mieux le menu optimal dans un contexte où le gain d'efficacité k reste inconnu. La difficulté à laquelle fait face le concédant consiste à extraire au mieux les informations sur la distribution des coûts intrinsèques θ et celle sur ce paramètre. En effet, les coûts observés concatènent ces informations.

Pour fixer les idées, supposons que θ soit distribué suivant une loi normale de moyenne θ_m et de variance σ_θ^2. Le paramètre k est quant à lui distribué suivant une autre loi normale de moyenne k_m et de variance σ_k^2.

Nous considérons ici un modèle dynamique à deux périodes. Dans la première, le concédant et le concessionnaire ignorent tous deux la réalisation de k. Cette réalisation est un choc permanent qui décrit les mêmes gains d'efficacité pour les deux périodes. Dans chacune des périodes, le concessionnaire fait face à des coûts intrinsèques θ_1 et θ_2 qui sont indépendamment distribués. L'hypothèse implicite est ici que les projets auxquels le concessionnaire est confronté varient suivant les coûts mais les gains d'efficacité demeurent quant à eux constants. Bien entendu, la réalisation des coûts observés en premier période fournit de l'information au concédant non seulement sur la valeur de k mais aussi sur la distribution des coûts intrinsèques.

En utilisant nos précédents résultats, nous pouvons d'ores et déjà rappeler la règle de répartition optimale entre prix fixe et remboursement des coûts. Un concessionnaire faisant face à un coût de première période $\theta_1 \leq \theta_1^*$ adopte un prix fixe

$$t_1^{SB} = \theta_1^* - k$$

où θ_1^* est défini par la condition

$$k_m = \frac{F(\theta_1^*)}{f(\theta_1^*)}$$

et où F désigne la cumulative de la loi normale centrée en θ_m et de variance σ_θ^2 et f sa densité. Cette règle est familière ; la seule nouveauté réside ici dans le fait que k_m est une espérance de gains d'efficacité évaluée avec la loi a priori de ce paramètre.

Á l'issue de la première période, le concédant observe les coûts réalisés C_1. Ces derniers obéissent à la règle suivante

$$C_1 = \begin{cases} \theta_1 - 2k & \text{si } \theta_1 \leq \theta_1^*, \\ \theta_1 & \text{si } \theta_1 > \theta_1^*. \end{cases}$$

Il est intéressant de noter que seuls les réalisations de ces coûts correspondants à un contrat à prix fixe fournissent de l'information sur le paramètre k. Par construction, ce ne peut être le cas des coûts réalisés sous un contrat *cost plus* puisqu'aucun gain d'efficacité n'est alors réalisé.

Dans le scénario pessimiste où le contrat *cost plus* a été choisi, le concédant ne modifie pas le niveau du prix fixe pour la seconde période et nous avons donc

$$\theta_2^* = \theta_1^*.$$

Dans le scénario optimiste du choix d'un prix fixe en première période, le concédant prend en compte l'information contenue dans l'observation de C_1 pour évaluer la loi conditionnelle de $k|C_1$. En utilisant les propriétés bien connues des lois normales conditionnelles, il est facile de vérifier que la distribution de $k|C_1$ est elle-même normale de moyenne

$$k_m - \frac{2\sigma_k}{\sqrt{4\sigma_k^2 + \sigma_\theta^2}}(C_1 - k_m)$$

et de variance

$$\frac{\sigma_k^2 \sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2 + 4\sigma_k^2}.$$

Bien entendu, le coût intrinsèque de seconde période θ_2 étant indépendant de θ_1, rien n'est inféré de cette observation quand à la loi de θ_2. Nous pouvons conclure que si le coût de seconde période est tel que $\theta_2 \leq \theta_2^*$ alors le concessionnaire adopte un prix fixe

$$t_2^{SB} = \theta_2^* - k,$$

où θ_2^* est défini comme étant

$$k_m - \frac{2\sigma_k}{\sqrt{4\sigma_k^2 + \sigma_\theta^2}}(C_1 - k_m) = \frac{F(\theta_2^*)}{f(\theta_2^*)}.$$

La procédure montre comment un terme correctif $C_1 - k_m$ doit être utilisé pour modifier le prix fixe de seconde période. Ainsi, si l'observation de coût se révèle supérieure à k_m, le concédant doit réviser son estimation des gains d'efficacité à la baisse et donc dans le sens d'un moindre recours à l'option prix fixe ($\theta_2^* < \theta_1^*$). Dans le cas contraire, le concédant doit réviser son estimation à la hausse de façon à offrir un prix fixe plus attractif.

En résumé, la procédure d'apprentissage graduelle consiste à réviser l'estimation des gains d'efficacité en utilisant l'information contenue dans la séquence des coûts observés au cours du temps. En vertu de l'hypothèse d'indépendance des gains d'efficacité relativement au coût intrinsèque la révision peut s'appuyer sur des opérations de nature différentes réalisées par des concessions différentes.

Résumé : *La présence d'incertitude sur les gains d'efficacité a des conséquences en pratique.*

— *Pour estimer des menus de contrats linéaires équivalent au contrat optimal, il est nécessaire d'estimer le modèle structurel à l'aide de données sur les coûts et sur les contrats existants*

— *Dans le cadre des menus simples à deux options, price cap et cost plus, une forte incertitude sur les gains d'efficacité permis par les efforts de réduction des coûts, peut conduire un concédant averse envers l'ambiguïté à systématiquement choisir un contrat de type cost plus.*

— *Pour estimer les gains d'efficacité, il est nécessaire d'avoir deux échantillons de données de price cap et de cost plus. Une procédure simple de minimisation d'entropie permet alors d'estimer le gain d'efficacité.*

— *En l'absence de données de contrat cost plus, comme c'est le cas en France, une approche pourrait consister à expérimenter et de réviser graduellement l'estimation des gains d'efficacité pour mieux calibrer le prix fixe en tirant parti de l'information sur les coûts, récoltée au cours du temps.*

■

Appendix

Preuve de la Proposition 1. Replaçant t par son expression en fonction de U dans le maximand conduit à réécrire ce dernier comme

$$W \equiv S(D(p)) - pD(p) + (1+\lambda)((p-c_0)D(p) - (\theta - e) - \psi(e)) - (1+\lambda-\alpha)U. \quad \text{(A1)}$$

L'hypothèse $\alpha \leq 1+\lambda$ garantit dès lors que la contrainte (4) est saturée à l'optimum. La maximisation par rapport à p et e conduit alors à (4) et (5). ■

Preuve de la Proposition 2. Un résultat classique consiste à montrer que la condition incitative (8) implique en fait

$$\dot{U}(\theta) = -\psi'(\theta - C(\theta)) = -\psi'(e(\theta)) \quad \text{(A2)}$$

et $C(\theta) = \theta - e(\theta)$ croissant.

De (A2), nous déduisons immédiatement la condition intégrale

$$U(\theta) = U(\bar{\theta}) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \psi'(e(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}. \quad \text{(A3)}$$

Nous observons immédiatement que le profit de rentes financières est minimisé dès lors que

$$U(\bar{\theta}) = 0. \quad \text{(A4)}$$

Nous avons donc

$$U(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \psi'(e(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}. \quad \text{(A5)}$$

et donc (12).

L'expression de la rente financière (A5) permet de calculer $\mathbb{E}_\theta(U(\theta))$ après une simple intégration par parties :

$$\mathbb{E}_\theta(U(\theta)) = \mathbb{E}_\theta\left(\int_{\theta}^{\bar{\theta}} \psi'(e(\tilde{\theta}))d\tilde{\theta}\right) = \mathbb{E}_\theta\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\psi'(e(\theta))\right).$$

Insérant cette expression dans le maximand de $(\mathcal{P}^{SB})$ conduit à réécrire ce problème sous la forme

$$(\mathcal{P}^{SB}) : \max_{(p,e(\theta))} S(D(p)) - pD(p) + (1+\lambda)(p-c_0)D(p)$$
$$- \mathbb{E}_\theta\left((1+\lambda)(\theta - e(\theta) + \psi(e(\theta))) + (1+\lambda-\alpha)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\psi'(e(\theta))\right).$$

où nous avons négligé la contrainte de monotonie (7) que nous vérifierons *ex post*.

L'optimisation de cet objectif conduit immédiatement à (9) et (11).

Il est aisé de vérifier que $\dot{e}^{SB}(\theta) \leq 0$ dès lors que $\psi'' > 0\,;\, \psi''' \geq 0$ et $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$. ■

Preuve de la Proposition 3. Intéressons nous tout d'abord à la *convexité* du schéma $t^{SB}(C)$. Pour cela nous pouvons simplement différencier (14) et obtenir

$$t^{SB''}(C^{SB}(\theta))\dot{C}^{SB}(\theta) = \frac{1+\lambda-\alpha}{1+\lambda}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\psi'''(e^{SB}(\theta))\dot{e}^{SB}(\theta) + \frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\psi''(e^{SB}(\theta))\right). \quad \text{(A6)}$$

Dès lors que $\dot{e}^{SB}(\theta) \leq 0$, nous avons aussi $\dot{C}^{SB}(\theta) \geq 0$, et le concessionnaire s'engagera donc sur des coûts cibles plus importants lorsque ses coûts intrinsèques sont importants. Il résulte de la condition (A6) que t^{SB} est *convexe* et la condition (17) est vérifiée.

Montrons maintenant que les incitations sont préservées si le menu de tangentes est substitué à la règle de remboursement non linéaire optimale. D'après (14) et (17), nous avons

$$\max_{C_0} t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C - C_0) \leq U^{SB}(\theta) + \psi(\theta - C) + C - (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) \quad \forall(\theta, C)$$

et donc

$$U^{SB}(\theta) \geq (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) - C - \psi(\theta - C) + \max_{C_0} t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C - C_0) \quad \forall(\theta, C),$$

ou

$$U^{SB}(\theta) \geq (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + \max_{(C,C_0)} t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)(C - C_0) - C - \psi(\theta - C),$$

où l'inégalité ci-dessus est, en fait, une égalité pour $C = C_0 = C^{SB}(\theta)$.

Nous obtenons finalement

$$U^{SB}(\theta) \equiv (p^{SB} - c_0)D(p^{SB}) + \max_{(C,C_0)} t^{SB}(C_0) + t^{SB'}(C_0)((C - C_0) - C - \psi(\theta - C) \quad \text{(A7)}$$

ce qui prouve le résultat annoncé. ■

Preuve de la Proposition 4. Considérons un menu simple de la forme $t(C) = \max\{t_0, C\}$. La rente financière correspondante s'écrit sous la forme

$$U(\theta) = \max\{0, \theta_0 - \theta\}. \quad \text{(A8)}$$

Le bien-être espéré s'écrit quant à lui comme étant

$$
\begin{aligned}
&S(D(p^{SB})) - p^{SB}D(p^{SB}) + (1+\lambda)(p^{SB} - c_0)D(p^{SB})) \\
&\qquad - \left(\int_{\underline{\theta}}^{\theta_0} ((1+\lambda)(\theta - e^{SB} + \psi(e^{SB})) + (1+\lambda-\alpha)(\theta_0 - \theta))f(\theta)d\theta\right) \\
&\qquad - \left(\int_{\theta_0}^{\bar{\theta}} (1+\lambda)\theta f(\theta)d\theta\right),
\end{aligned} \tag{A9}
$$

où θ_0 est donné par (22).

L'optimisation de (A9) par rapport à θ_0 conduit alors à (23). Le maximande est quasi-concave dès lors que $\frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$ comme il a été préalablement supposé. L'optimum θ_0^{SB} est donc unique dès lors que la condition (24) est satisfaite. ■

Preuve de la Proposition 5. Observons qu'avec les hypothèses énoncées pour ψ et F, nous avons :

$$
\begin{aligned}
e^{SB}(\theta) &= \max\{0; 2k - \theta + \underline{\theta}\}, && \text{(A10)} \\
e^{FB} &= 2k, && \text{(A11)} \\
k &= e^{FB} - \psi(e^{FB}), && \text{(A12)} \\
\theta_0^{SB} &= \underline{\theta} + k. && \text{(A13)}
\end{aligned}
$$

Nous calculons donc

$$
\Gamma^{SB} = -\int_{\underline{\theta}}^{\underline{\theta}+2k} \left(\left(1 - \frac{\theta - \underline{\theta}}{k}\right)e^{SB}(\theta) - \frac{(e^{SB}(\theta))^2}{4k}\right)d\theta = -\frac{2}{3}k^2 \tag{A14}
$$

et

$$
\Gamma_0^{SB} = -\int_{\underline{\theta}}^{\underline{\theta}+k} k\left(1 - \frac{\theta - \underline{\theta}}{k}\right)d\theta = -\frac{k^2}{2}, \tag{A15}
$$

d'où le résultat annoncé. ■

Preuve de la Proposition 6. Tout d'abord, observons que (A2), (A3) et (A4) demeurent vraies dans ce contexte. Cependant, en l'absence de subvention directe, ces deux conditions doivent être complétées par la définition même de $U(\theta)$ donnée par (31), i.e.,

$$
U(\theta) = R(C(\theta)) - C(\theta) - \psi(\theta - C(\theta)). \tag{A16}
$$

Négligeons dans un premier temps la contrainte de monotonicité (A3). Nous pouvons réécrire ($\mathcal{P}^{SB}$) comme

$$(\mathcal{P}^{SB}) : \begin{cases} \max\limits_{\{e(\theta),U(\theta)\}} \mathbb{E}_\theta(v(U(\theta) + \theta(e(\theta) + \psi(e(\theta))) \\ \text{s.c. (A2)-(A4).} \end{cases}$$

Désignons par λ la variable adjointe associée à (A2). Formons aussi le Hamiltonien pour ce problème

$$\mathcal{H}(\theta, e, U, \lambda) = f(\theta)v(U + \theta - e + \psi(e)) - \lambda\psi'(e).$$

Le Principe de Pontryagin (Sydsaeter et Seierstad, 1987) permet d'écrire les conditions d'optimalité comme suit :

— *Evolution de la variable adjointe :*

$$-\dot{\lambda}(\theta) = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial U}(\theta, e^{SB}(\theta), U^{SB}(\theta), \lambda(\theta))$$

ou (en utilisant la définition de $R(\theta)$ provenant de (A4)

$$\dot{\lambda}(\theta) = -f(\theta)v'(R^{SB}(C^{SB}(\theta))).$$

— *Condition de transversalité :* $U^{SB}(\theta)$ n'étant pas contraint à $\underline{\theta}$,

$$\lambda(\underline{\theta}) = 0. \tag{A17}$$

— *Variable de contrôle :* en supposant la quasi-concavité du Hamiltonien en e,

$$0 = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial e}(\theta, e^{SB}(\theta), U^{SB}(\theta), \lambda(\theta))$$

où

$$f(\theta)v'(R^{SB}(C^{SB}(\theta)))(-1 + \psi'(e^{SB}(\theta)) = \lambda(\theta)\psi''(e^{SB}(\theta)). \tag{A18}$$

En utilisant (6.2.3) et (A17), nous obtenons immédiatement

$$\lambda(\theta) = -\int_{\underline{\theta}}^{\theta} f(\tilde{\theta})v'(R(C^{SB}(\tilde{\theta})))d\tilde{\theta}. \tag{A19}$$

Importons cette expression dans (A18), nous obtenons immédiatement (34).

La condition (35) est une nouvelle fois une réécriture de (A2) et (A4). (36) en est déduit immédiatement. Puisque $R^{SB}(C^{SB}(\theta)) \geq 0$, nous avons nécessairement $p^{SB}(\theta = P(R^{SB}(C^{SB}(\theta))) \geq c_0$ et (33) est démontré.

Finalement, (34) n'est valide dès lors que $C^{SB}(\theta)$ est croissant. ■

Preuve de la Proposition 7. Considérons un menu simple de la forme $R(C) = \max\{R_0, C\}$. La rente financière correspondante s'écrit encore sous la forme (A8). Le bien-être espéré s'écrit, quant à lui, comme étant

$$\int_{\underline{\theta}}^{\theta_0} v(R_0) f(\theta) d\theta + \int_{\theta_0}^{\bar{\theta}} v(\theta) f(\theta) d\theta, \tag{A20}$$

où θ_0 est déterminé par (40).

L'optimisation de (A20) par rapport à θ_0 conduit alors à (41). La condition (42) assure alors l'existence d'un solution intérieure. ■

Résolution de l'équation fonctionnelle. Cette équation fonctionnelle peut être mise sous la forme d'un produit de convolution

$$t = \bar{t} * h. \tag{A21}$$

Si h et t admettent chacune des transformées de Fourier $\mathcal{F}(h)$ et $\mathcal{F}(t)$ [13], nous avons

$$\mathcal{F}(t) = \mathcal{F}(\bar{t})\mathcal{F}(h)$$

et donc

$$\bar{t} = \mathcal{F}^{-1}\left(\frac{\mathcal{F}(t)}{\mathcal{F}(h)}\right). \tag{A22}$$

■

Preuve de la Proposition 9. Considérons à nouveau un menu simple de la forme $R(C) = \max\{R_0, C\}$. La rente financière correspondante s'écrit ici encore sous la forme (A8). Le bien-être espéré s'écrit, quant à lui, comme étant

$$F(\theta_0)\mathbb{E}_k(v(\theta_0 - k)) + \int_{\theta_0}^{\bar{\theta}} v(\theta) f(\theta) d\theta, \tag{A23}$$

13. La transformée de Fourier de la fonction $f(x)$ est définie comme étant

$$\mathcal{F}(f)(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i\xi x} dx.$$

La transformée de Fourier inverse est, quant à elle, définie comme

$$\mathcal{F}^{-1}(\hat{f})(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\xi) e^{i\xi x} d\xi.$$

où θ_0 est ici encore déterminé par (40) et $\mathbb{E}_k(\cdot)$ désigne l'opérateur espérance par rapport à une loi arbitraire de k. Désignons aussi par $\mathcal{D}$ l'ensemble des distributions à support positifs pour k.[14]

Rappelons que $v' < 0$. Nous obtenons donc

$$\min_{\mathcal{D}} \mathbb{E}_k(v(\theta_0 - k)) = v(\theta_0).$$

En insérant cette expression dans (A23), nous obtenons l'expression suivante du maximande

$$F(\theta_0)v(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\bar{\theta}} v(\theta) f(\theta) d\theta, \tag{A24}$$

La condition du premier ordre qui est ici nécessaire mais aussi suffisante conduit à choisir

$$\theta_0 = \underline{\theta}. \tag{A25}$$

En d'autres termes, le menu optimal conduit à n'utiliser que l'option avec remboursement des coûts. ■

14. En pratique, ces supports sont bornés supérieurement pour que les coûts résultants de ces gains d'efficacité restent eux aussi positifs.

Références

[1] Abito, J. M., 2020. "Measuring the welfare gains from optimal incentive regulation", *The Review of Economic Studies*, 87(5), 2019-2048.

[2] Bagnoli M. et T. Bergstrom, 2005, "Log-Concave Probability and Its Applications", *Economic Theory*, 26 (2), 445-469.

[3] Bajari, P. et S. Tadelis, 2001, "Incentives versus transaction costs : A theory of procurement contracts ", *Rand journal of Economics*, 387-407.

[4] Banerjee, A. V. et E. Duflo, 2000, "Reputation effects and the limits of contracting : A study of the Indian software industry", *The Quarterly Journal of Economics*, 115(3), 989-1017.

[5] Baron, D. et R. Myerson, "Regulating a Monopolist with Unknown Costs", *Econometrica*, 1982, 50 (4), 911–930.

[6] Bonnafous A., 2015, " La régulation économique de nos autoroutes sur la sellette ?", *Transports*.

[7] Caillaud, B., R. Guesnerie, Roger et P. Rey, 1992, "Noisy Observation in Adverse Selection Models", *The Review of Economic Studies*, 59 (3), 595-616.

[8] Calmette J.F., 2021, "Les autoroutes, une affaire d'Etat ", Lextenso éditions-L.G.D.J., Collection Systèmes.

[9] Gagnepain, P. et M. Ivaldi, 2002, "Incentive regulatory policies : the case of public transit systems in France", *RAND Journal of Economics*, 605-629.

[10] Gagnepain P., M. Ivaldi et D. Martimort, 2013, "The Cost of Contract Renegotiation : Evidence from the Local Public Sector", *The American Economic Review*, Vol.103, n°6, 2352-83.

[11] Gilboa, I., et D. Schmeidler, 1989, "Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior", *Journal of Mathematical Economics*, vol. 18, 141-153.

[12] Laffont J.J., et J. Tirole, 1986, "Using Cost Observation to Regulate Firms", *Journal of Political Economics*, vol.94, issue 3, 614-41.

[13] Laffont J.J., et J. Tirole, 1993, A Theory of Incentives in Procurement and Regulation, The MIT Press, Cambridge.

[14] Laffont J.J., et D. Martimort, 2002, The Theory of Incentives, The concédant-Agent Model, Princeton University Press.

[15] Melleray F. 2014, " Déséquilibres contractuels ", AJDA 2014 p. 1793

[16] OXERA, 2007, " Assessing approaches to expenditure and incentives, prepared for OFWAT ", report, 105 p.

[17] Rogerson, W. P., 1992, "Overhead allocation and incentives for cost minimization in defense procurement", *Accounting Review*, 671-690.

[18] Rogerson W. P., 2003, "Simple Menus of Contracts in Cost-Based Procurement and Regulation ", *The American Economic Review*, vol.93., n°3, 919-926.

[19] Seierstad, A. et K. Sydsaeter (1987) Optimal Control Theory with Economic Applications, North-Holland, Amsterdam.

[20] SENAT, 2020, Rapport Commission d'enquête sur les concessions autoroutières.