

# Leçon 7

Prise en compte du long terme par une humanité  
au destin profondément incertain

Collège de France

Christian Gollier

# Rôle de l'incertitude sur la prise en compte du long terme

- Effet de précaution: Faire plus aujourd'hui pour un avenir plus incertain.
  - Réduire le taux sans risque;
  - Accroître la valeur carbone.
- Effet d'aversion au risque: Les dommages climatiques semblant croître avec le niveau de prospérité, les investissements verts n'ont pas de bénéfice assurantiel.
  - Accroître le taux d'actualisation climatique;
  - Réduire la valeur carbone.
- Effet net de l'incertitude p/r au 4% de Ramsey: négatif sur le taux; positif sur la VC.

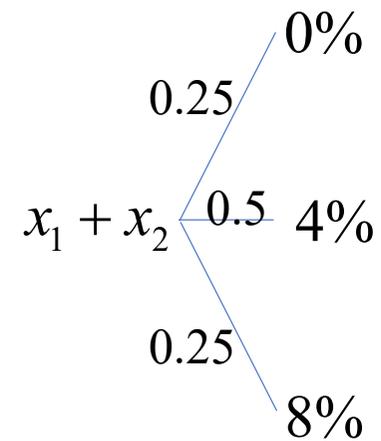
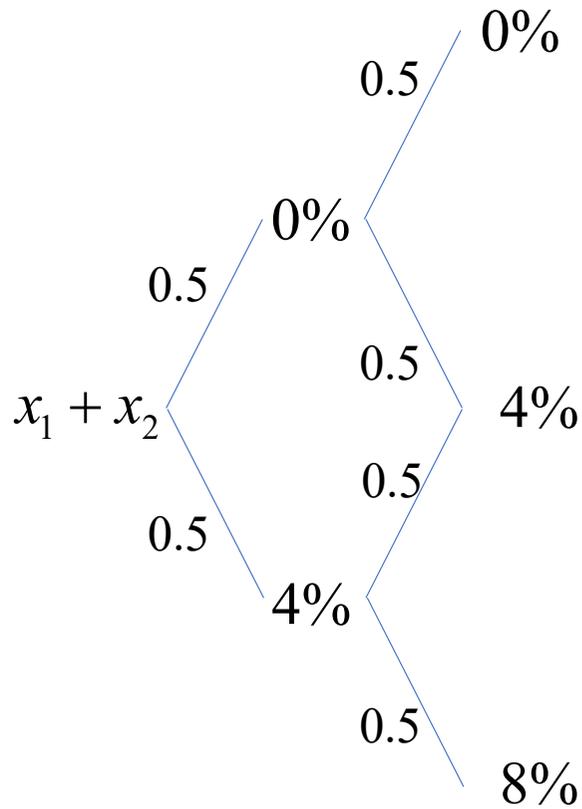
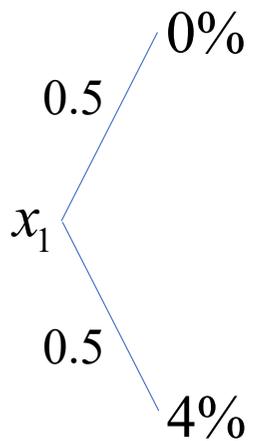
# Echecs du modèle CCAPM Gaussien

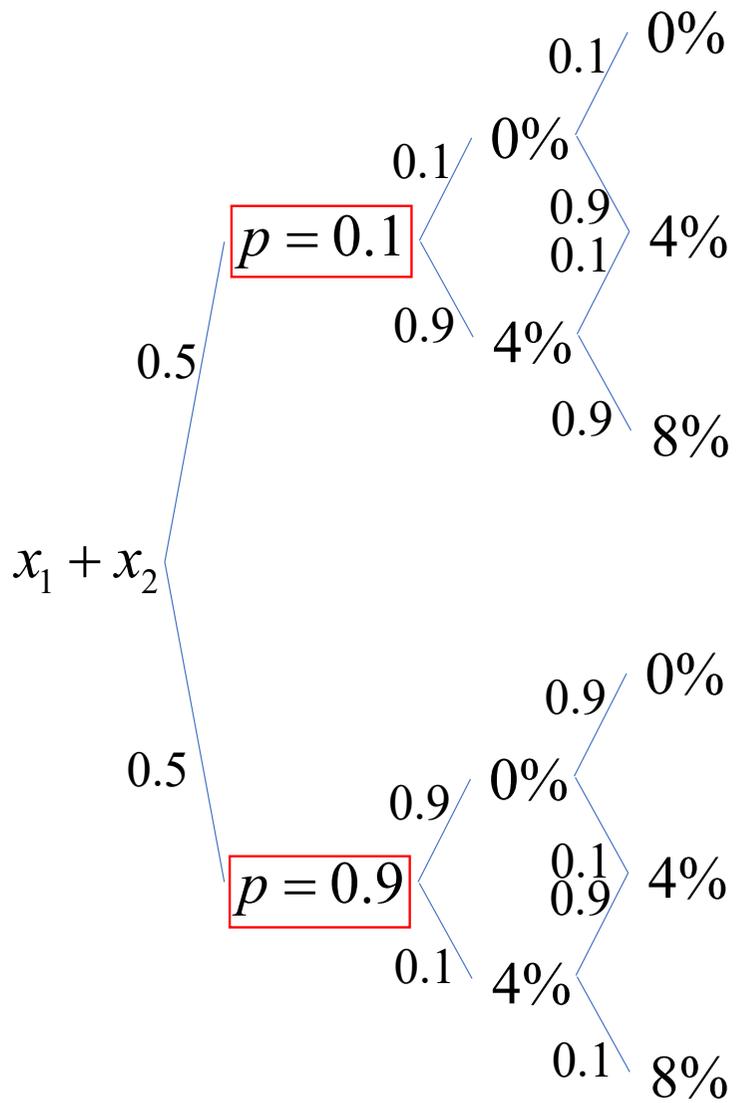
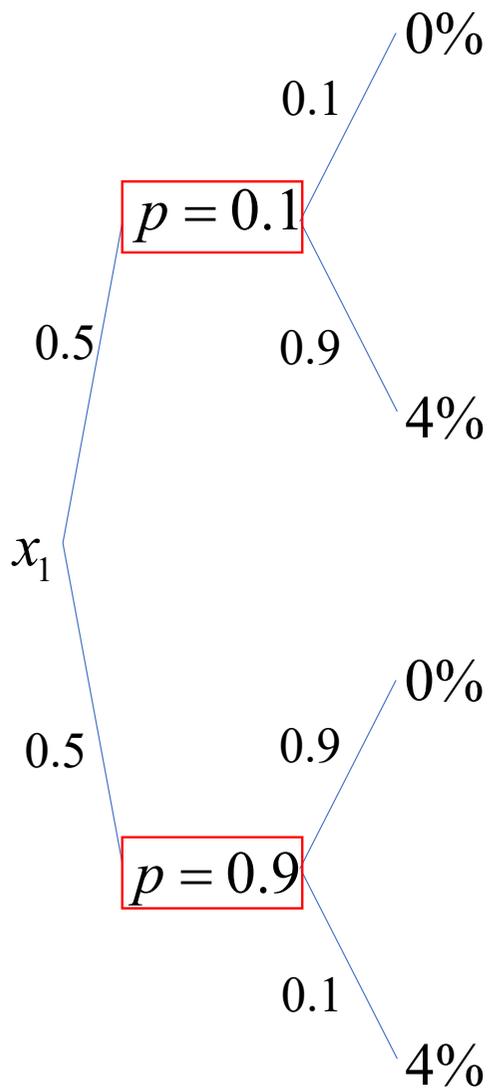
- Si l'avenir pouvait se décrire par un processus stochastique gaussien (mouvement brownien, pas de corrélation sérielle), alors:
  1. Paradoxes de la finance;
  2. Taux courts = taux longs.
- Ces paradoxes impliquent que l'estimation de la VC par la méthode normative sera très différente de celle obtenue par arbitrage.
  - Qui, du philosophe ou du marché, a raison?
  - Le marché, c'est les gens (épargnants, investisseurs,...).
- Et si « les gens » ne s'imaginaient pas notre avenir comme un Brownien?

# Comment représenter l'incertitude de très long terme?

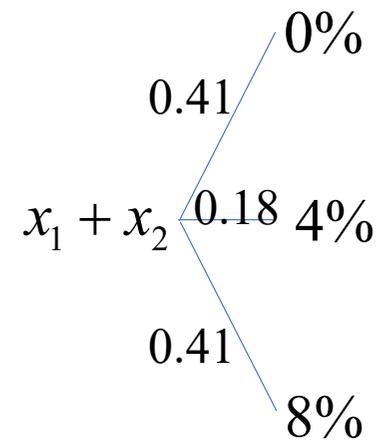
- Effondrement de civilisations passées. La nôtre n'est pas immortelle.
- Le pire n'est jamais certain.
  - Approche probabiliste. Importance des queues de distribution.
- Mouvement Brownien: Quel trend? Quelle volatilité?
- Désastre macroéconomique périodique: Quelle fréquence?
- Processus markovien à multiples régimes.
  - Les arbres ne montent pas au ciel.
- Je vais rester dans le cadre de la théorie de l'espérance d'utilité.
  - Pas de distorsion des probabilités; Pas d'aversion à l'ambiguïté.

# Accumulation du risque dans le temps





Observer une stagnation à CT est doublement embêtant dans ce contexte!



# Sortir du mouvement brownien: les queues de distribution

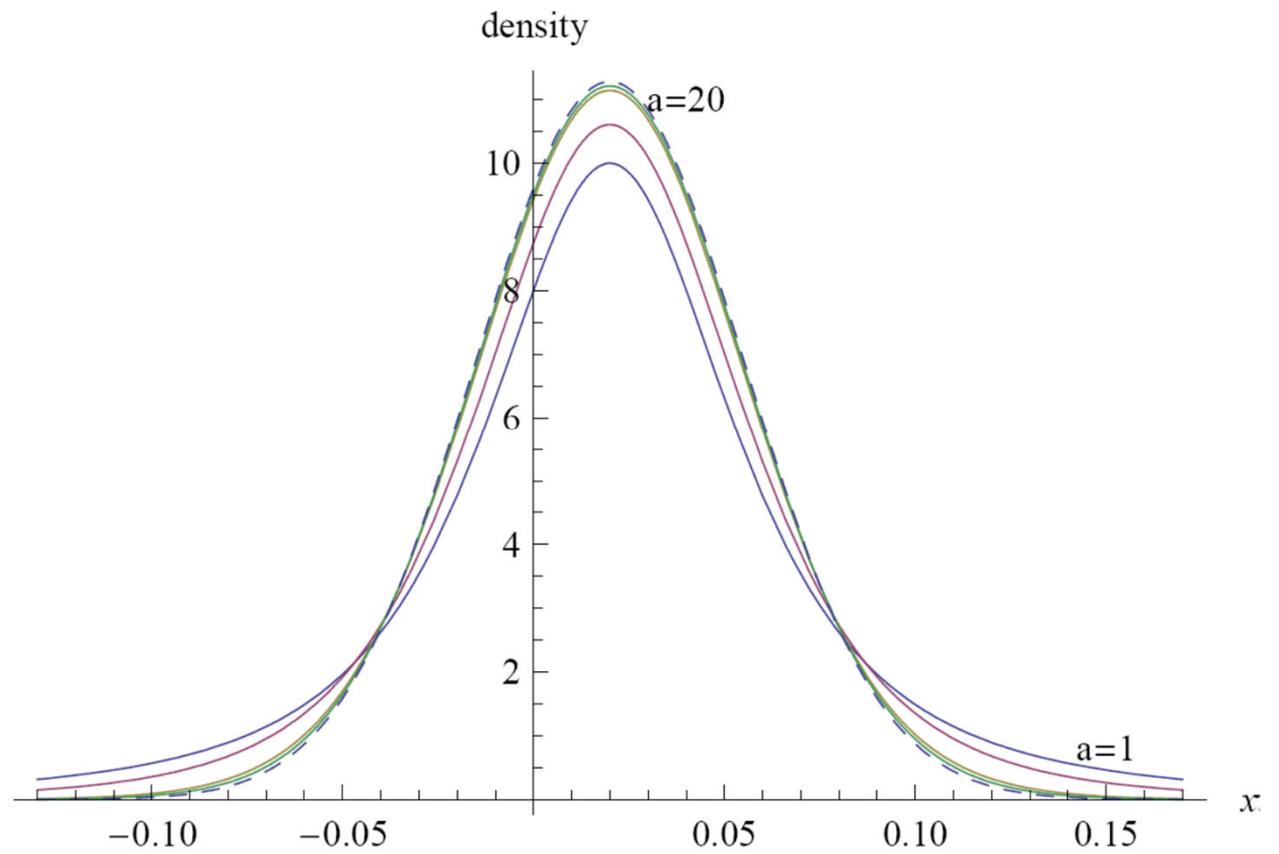
- Avec un Brownien, le log de  $C_t$  a une distribution gaussienne, donc avec des queues fines.
- Supposons alternativement que log  $C_t$  soit distribuée comme une Student-t (Weitzman, 2007).
- C'est le cas lorsque  $\sigma^2$  est inconnu, avec une distribution « gamma inversée ».
- Dans ce cas, renversement des paradoxes de la finance!

$$r_f \rightarrow -\infty; \pi \rightarrow +\infty$$

$$r = -\frac{1}{t} \ln \left[ \frac{E[Yu'(C_t)]}{u'(C_0)EY} \right]$$

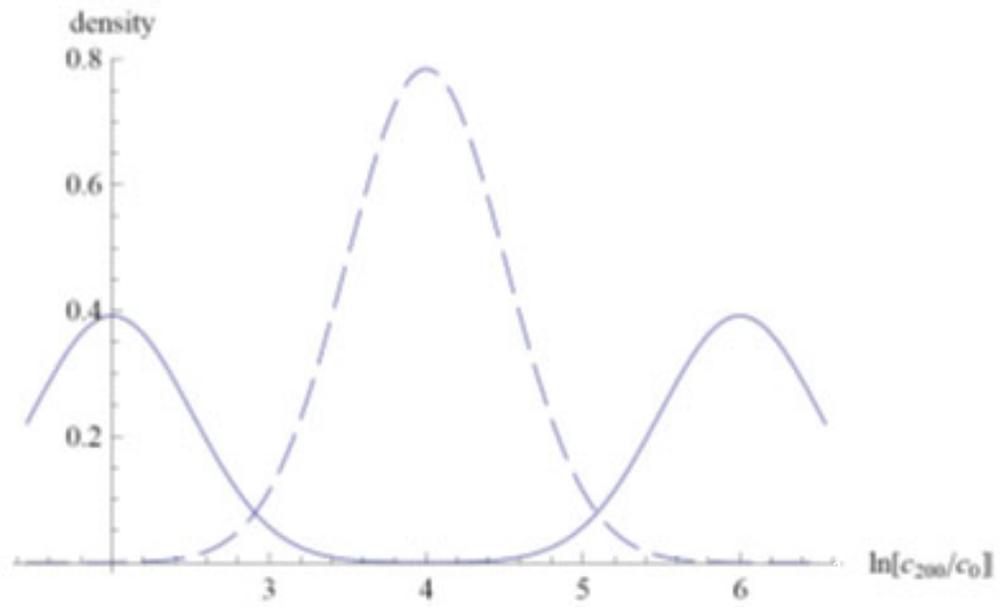
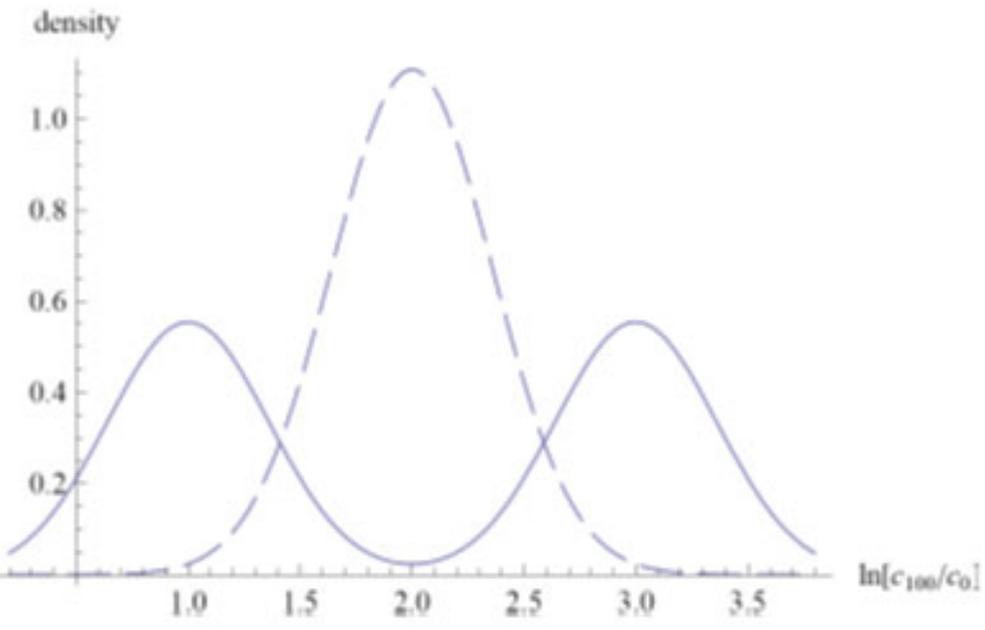
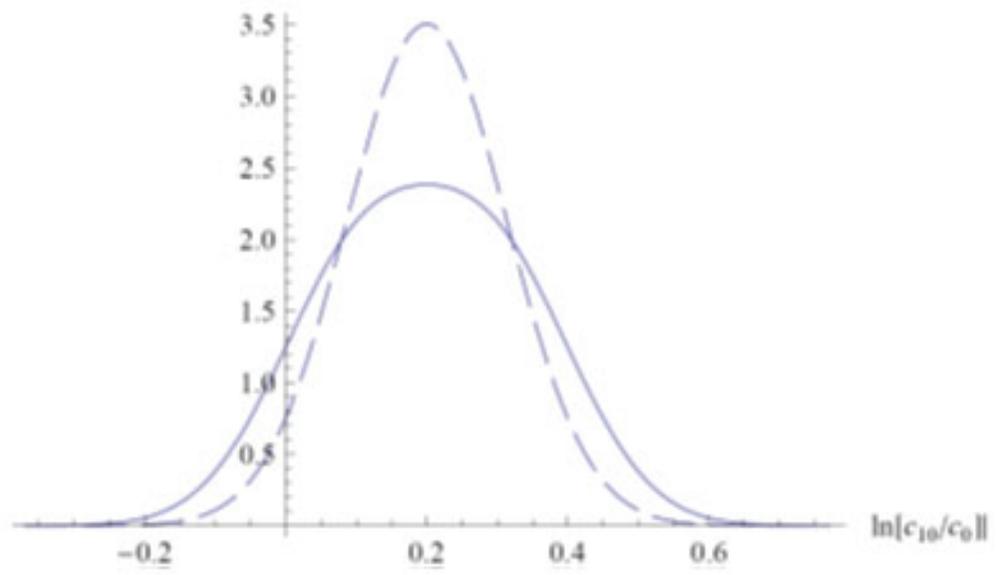
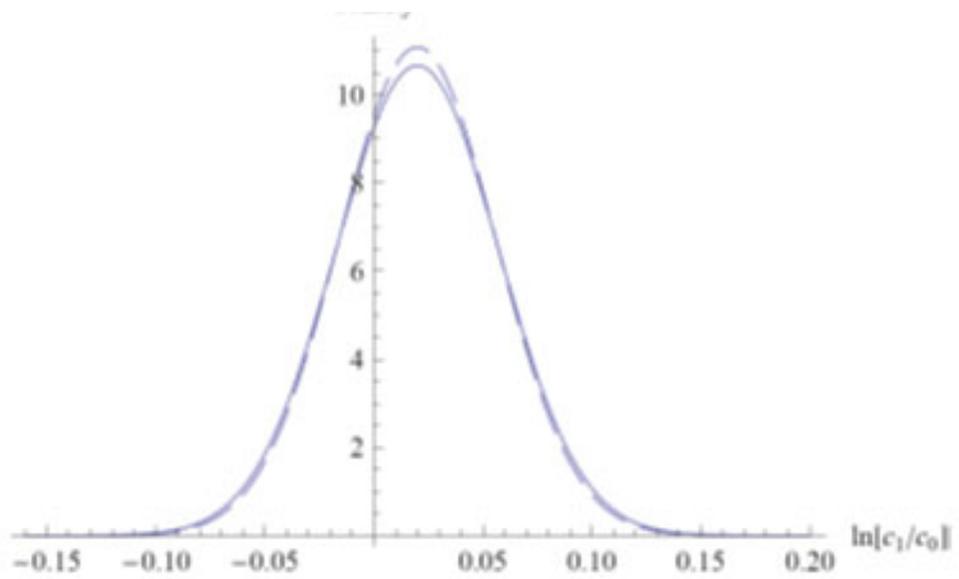
- Sujet:  $\lim_{C \rightarrow 0} u'(C) = +\infty$  ?

Lois de Student et loi normale

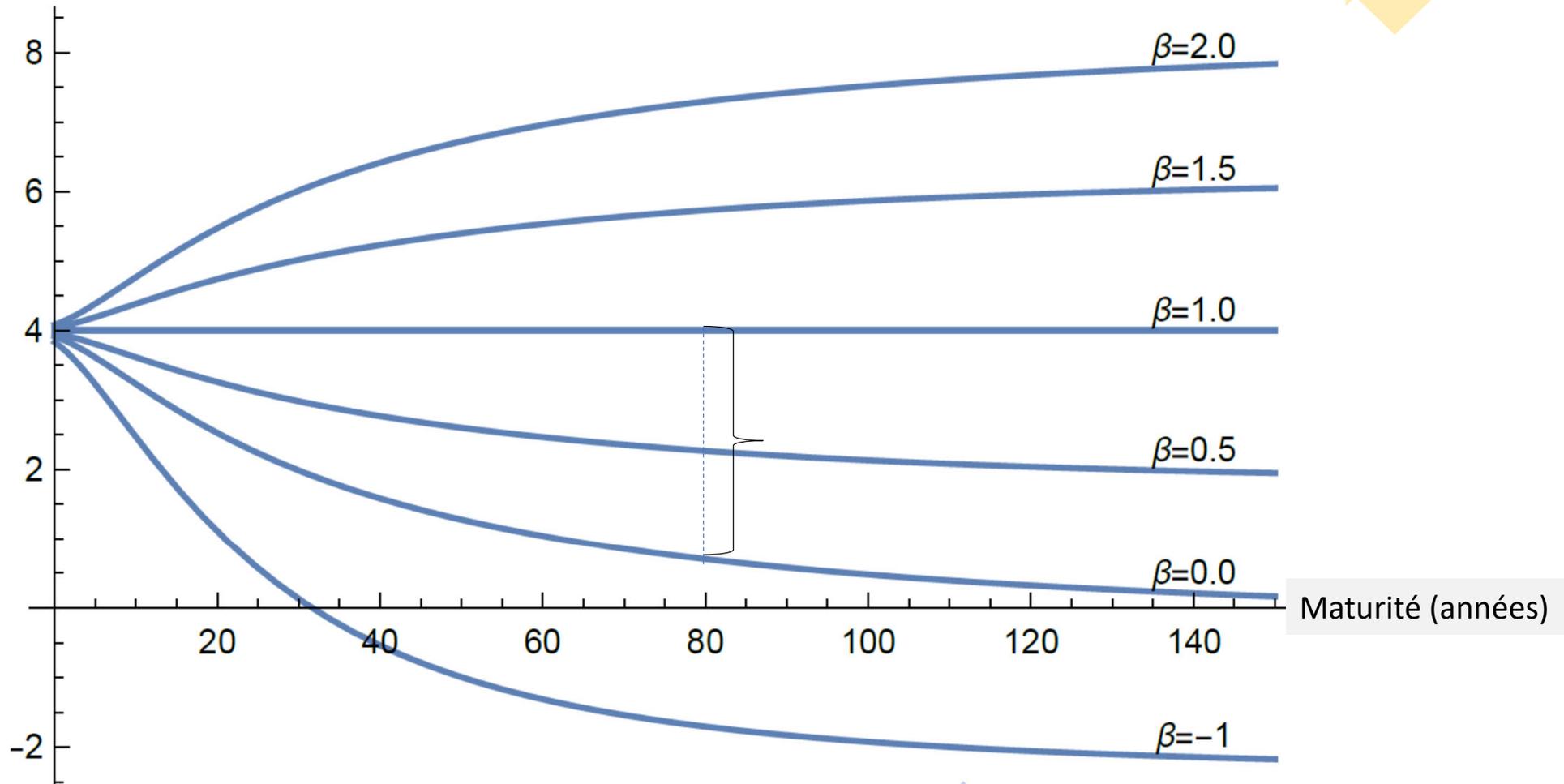


# Sortir du mouvement brownien: incertitude sur le trend de croissance

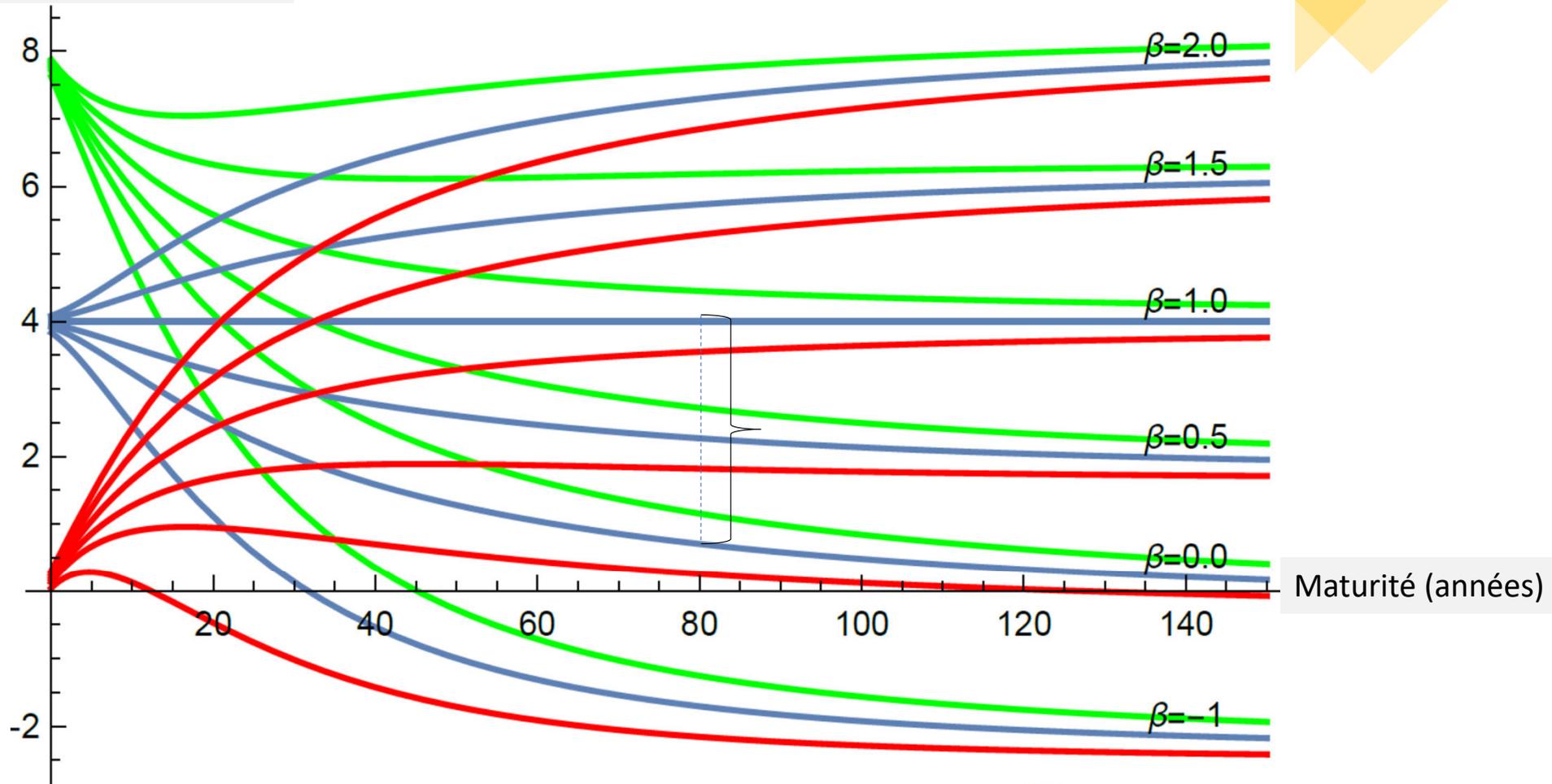
- $\mu=2\%$ , vraiment? Il existe une incertitude fondamentale sur le trend de croissance pour les siècles à venir.
- Supposons que  $\mu=1\%$  ou  $3\%$  avec égales probabilités.
- Cela magnifie l'incertitude de long terme, sans affecter vraiment le risque de court terme.
  - $E[C_{200}|\mu=1\%]=7\times C_0$ ;       $E[C_{200}|\mu=3\%]=369\times C_0$
- Conséquences:
  - Structure par terme décroissante du taux sans risque.
  - Structure par terme croissante de la prime de risque.
- Taux long sans risque: Faire comme si le pire ( $\mu=1\%$ ) était certain.



Taux d'actualisation



Taux d'actualisation



Impact du  
taux  
d'actualisation  
sur la valeur  
carbone

r	VC
7%	4.46 €
6%	9.45 €
5%	20.18 €
4%	43.38 €
3%	93.98 €
2%	205.11 €
1%	451.12 €

# Modèle de Barro avec catastrophes macroéconomiques

- Hypothèse sur la dynamique de taux de croissance annuelle:

$$g \sim (h_1, 1-p; h_2, p) \quad \text{with} \quad h_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

- Barro (2006, 2009) et Martin (2012) calibrent le CCAPM avec

$$\delta = 3\%$$

$$\gamma = 4$$

$$\mu_1 = 2.5\% \quad \sigma_1 = 2\%$$

$$\mu_2 = -39\% \quad \sigma_2 = 25\%$$

- Barro (2006) suppose  $p=1.7\%$  :

—60 catastrophes dans 35 pays sur les 100 dernières années:  $p=60/3500$ .

- Structure par terme plate:  $r_f = 0.5\%$   
 $\pi = 5.9\%$

**Table 1 Declines of 15% or More in Real Per Capita GDP**  
**Part A: 20 OECD Countries in Maddison [2003]**

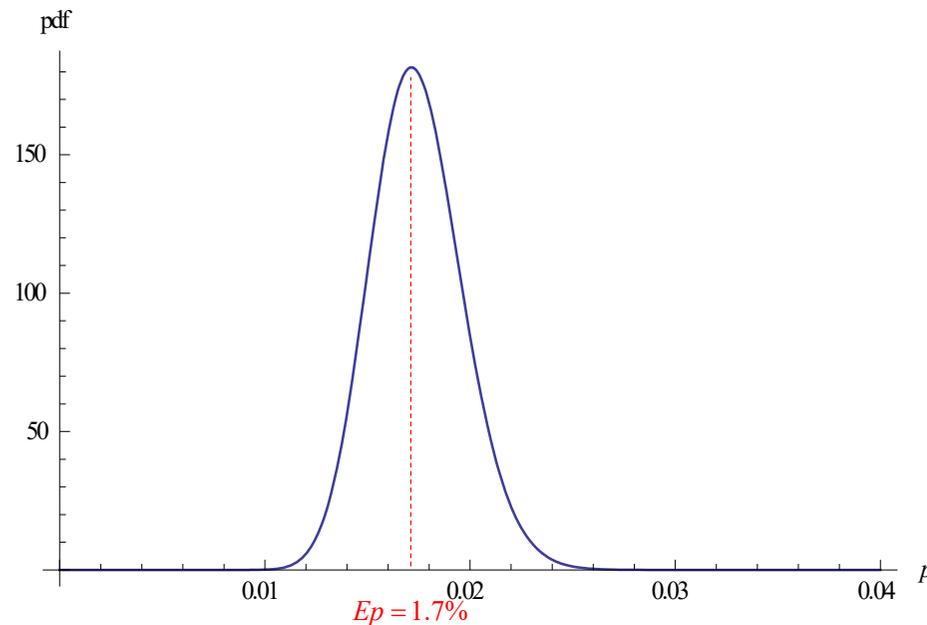
Event	Country	Years	% fall in real per capita GDP
<b>World War I</b>	Austria	1913-19	35
	Belgium	1916-18	30
	Denmark	1914-18	16
	Finland	1913-18	35
	France	1916-18	31
	Germany	1913-19	29
	Netherlands	1913-18	17
	Sweden	1913-18	18
<b>Great Depression</b>	Australia	1928-31	20
	Austria	1929-33	23
	Canada	1929-33	33
	France	1929-32	16
	Germany	1928-32	18
	Netherlands	1929-34	16
	New Zealand	1929-32	18
	United States	1929-33	31
<b>Spanish Civil War</b>	Portugal	1934-36	15
	Spain	1935-38	31
<b>World War II</b>	Austria	1944-45	58
	Belgium	1939-43	24
	Denmark	1939-41	24
	France	1939-44	49
	Germany	1944-46	64
	Greece	1939-45	64
	Italy	1940-45	45
	Japan	1943-45	52
	Netherlands	1939-45	52
	Norway	1939-44	20
<b>Aftermaths of wars</b>	Canada	1917-21	30
	Italy	1918-21	25
	United Kingdom	1918-21	19
	United Kingdom	1943-47	15
	United States	1944-47	28

**Part B: Eight Latin American & Seven Asian Countries in Maddison [2003]**

Event	Country	Years	% fall in real per capita G
<b>World War I</b>	Argentina	1912-17	29
	Chile	1912-15	16
	Chile	1917-19	23
	Uruguay	1912-15	30
	Venezuela	1913-16	17
<b>Great Depression</b>	Argentina	1929-32	19
	Chile	1929-32	33
	Mexico	1926-32	31
	Peru	1929-32	29
	Uruguay	1930-33	36
	Venezuela	1929-32	24
<b>World War II</b>	Malaysia	1929-32	17
	Sri Lanka	1929-32	15
	Peru	1941-43	18
	Venezuela	1939-42	22
	Indonesia*	1941-49	36
	Malaysia**	1942-47	36
	Philippines***	1940-46	59
<b>Post-WWII Depressions</b>	South Korea	1938-45	59
	Sri Lanka	1943-46	21
	Taiwan	1942-45	51
	Argentina	1979-85	17
	Argentina	1998-02	21
	Chile	1971-75	24
	Chile	1981-83	18
	Peru	1981-83	17
<b>Mean for 60 contractions (excluding 5 war aftermaths in part A)</b>	Peru	1987-92	30
	Uruguay	1981-84	17
	Uruguay	1998-02	20
	Venezuela	1977-85	24
	Indonesia	1997-99	15
	Philippines	1982-85	18

# Uncertain frequency of catastrophes

- Parce que  $p$  est faible, il est très difficile d'estimer ce parameter avec précision.
- Approche Bayesienne avec une a priori diffuse: distribution a posteriori:  $p \sim \text{Beta}(61, 3441)$ .



# Les vrais taux d'actualisation dans le modèle de Barro:

- Pas d'effet de l'incertitude paramétrique pour les horizons courts:

$$\lim_{t \rightarrow 0} r_{ft} = 0.5\%$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \pi_t = 5.9\%$$

- Mais c'est très différent pour les horizons longs:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_{ft} = -203\%$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \pi_t = 63\%$$

# Les « Taux du Plan » 2021: $r = 1.2\% + \beta \times 2\%$

- Maurice, Ni et Ourliac (2021).
- Pour la période 2021-2070. Au-delà, le jury délibère encore.
- Fondé sur le modèle de Barro avec:

$$\delta = 0.5$$

$$\gamma = 2.478$$

$$\mu_1 = 1.15\% \quad \sigma_1 = 7\%$$

$$p = 4\%$$

Loi de Pareto pour  $h_2$

# Extensions

- Ce sont les événements extrêmes qui déterminent le taux d'actualisation (Cherbonnier, Gollier, Pommeret)
  - Intuitif: Principe de précaution, Surpondération des probabilités (Kahneman)
  - On pourrait simplifier l'analyse par une approche « stress discounting ».
- Mesure de l'inefficacité de l'allocation du capital quand on utilise un taux unique.
- Investir dans la recherche sur le beta climatique.

# Conclusion de la séquence « estimation VC »

- Il existe des arguments forts pour actualiser les bénéfices certains à long terme à un taux faible.
  - 1%? => VC autour de 450€!
- Mais décarboniser nos économies engendre un bénéfice incertain pour les générations futures.
- Il semble que ce bénéfice est positivement corrélé avec la prospérité.
- Cela doit nous inciter à choisir taux d'actualisation climatique plus grand que 1%, et une VC plus petite que 450€/tCO<sub>2</sub>.
- Cette approche est moins conclusive que celle fondée sur l'objectif de 2°C, qui recommande une VC autour de 160 €/tCO<sub>2</sub>.