

TSE - UT1 Capitole / Année Universitaire 2021-2022**Semestre 2, Licence Mention Economie, Parcours Economie et Droit et Parcours Economie et MIAHS
Travaux Dirigés sur le Cours MICROÉCONOMIE 2****Document de TD n°1** rédigé par M. Bouissou, Responsable du Cours.**Exercice 1.1 "Sélection des processus efficients dans un ensemble de processus de production"**Déterminer le sous-ensemble des processus efficients de chacun des ensembles suivants :

- a) $\{ (4, 4, 16), (3, 4, 18), (5, 4, 20), (5, 5, 20), (4, 5, 21), (6, 5, 22) \}$
constitué de processus de production (x_1, x_2, y) décrivant les quantités des deux inputs utilisées et la quantité d'output produite ;
- b) $\{ (5, 4, 6, 21), (4, 4, 6, 21), (4, 5, 6, 29), (6, 3, 7, 36), (6, 4, 7, 36) \}$
constitué de processus de production (x_1, x_2, x_3, y) décrivant les quantités des trois inputs utilisées et la quantité d'output produite ;
- c) $\{ (5, 4, 8, 8), (4, 4, 8, 7), (5, 5, 9, 8), (5, 4, 9, 8) \}$
constitué de processus de production (x_1, x_2, y_1, y_2) décrivant les quantités des deux inputs utilisées et les quantités des deux outputs produites.

Exercice 1.2 "Productivités et répartition efficiente d'un facteur dans plusieurs unités de production"

Une entreprise produit le même bien avec les mêmes facteurs dans trois usines appelées I, II et III mais selon des techniques un peu différentes dans chacune et en quantités respectivement notées y_I, y_{II} et y_{III} .

Elle s'interroge sur les différences de productivité d'un des facteurs qu'elle utilise, selon l'usine où il est employé en quantités respectivement notées x_I, x_{II} et x_{III} .

Ce facteur-là, n'est utilisable qu'en nombres entiers d'unités.

L'entreprise a étudié sa productivité totale dans chacune des trois usines, en en faisant varier le nombre d'unités employées, de 0 jusqu'à 6 seulement (car il lui serait impossible de pouvoir en utiliser plus par usine) et en y ayant fixé de la même façon, les différentes quantités utilisées des autres facteurs, pour la cohérence de cette étude.

Les résultats de cette étude sont présentés dans les tableaux suivants où y_I, y_{II} et y_{III} correspondent alors respectivement à $PT(x_I), PT(x_{II})$ et $PT(x_{III})$:

x_I	y_I	x_{II}	y_{II}	x_{III}	y_{III}
0	0	0	0	0	0
1	3	1	6	1	10
2	10	2	15	2	30
3	30	3	30	3	40
4	37	4	42	4	45
5	40	5	48	5	47
6	41	6	49	6	48

Le nombre total d'unités de ce facteur possédées par l'entreprise, est égal à 13 et il est réparti, de la façon suivante, entre ses trois usines : $x_I=6, x_{II}=4$ et $x_{III}=3$.

1. Construire pour chaque usine ($i=I,II,III$), un tableau récapitulatif des différentes valeurs de ses productivités totales et moyennes (respectivement notées $PT(x_i)$ et $PM(x_i)$) selon la quantité de facteur qu'elle utilise ($x_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$).
2. Si l'entreprise était obligée de maintenir la part $x_{II}=4$, des 13 unités du facteur, allouée à l'usine II, quelle décision pourrait alors lui permettre d'augmenter le plus possible sa production totale du bien ?
3. Même question que la précédente dans le cas où l'entreprise pourrait désormais réallouer les 13 unités du facteur qu'elle possède entre ses trois usines.
4. Commenter le résultat obtenu en réponse à la question 3. du point de vue de la productivité totale et de la productivité moyenne du facteur dans l'entreprise constituée de ses trois usines.

Exercice 1.3 "Productivité marginale et répartition efficiente d'un facteur dans plusieurs unités de production"

Comme dans l'exercice précédent, on considère encore ici une entreprise possédant trois usines (I, II et III) avec l'information du tableau suivant sur la productivité totale dans chaque usine, d'un des facteurs qu'elle utilise, en ayant fixé les quantités qu'elle utilise des autres facteurs (de la même façon dans chacune des trois usines). On suppose qu'elle possède au total 4 unités de ce facteur, qu'elle ne peut en utiliser au maximum que 3 dans chaque usine et que son objectif est alors de répartir ces 4 unités de facteur entre ses trois usines, afin d'y produire au total, la quantité maximale possible d'output.

x_I	$PT(x_I)$	x_{II}	$PT(x_{II})$	x_{III}	$PT(x_{III})$
0	0	0	0	0	0
1	1	1	2	1	4
2	2	2	8	2	12
3	15	3	14	3	14

1. Construire pour chaque usine ($i=I,II,III$), un tableau récapitulatif des différentes valeurs de ses productivités totales et marginales (respectivement notées $PT(x_i)$ et $Pm(x_i)$) selon la quantité de facteur qu'elle utilise ($x_i \in \{0, 1, 2, 3\}$).
2. Trouver, en utilisant comme dans l'exercice précédent les informations sur la productivité totale du facteur, la répartition permettant à cette entreprise d'atteindre son objectif.
3. Montrer qu'on peut aussi trouver cette répartition, en utilisant avec précaution les informations sur la productivité marginale du facteur.

Exercice 1.4

Connaissant les productivités marginales d'un facteur selon ses quantités $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}$, utilisées dans quatre usines, compléter le tableau (*à droite*) qui décrit (ceteris paribus) la meilleure répartition à faire entre ces usines, selon que le nombre x d'unités du facteur à répartir ($x = x_I + x_{II} + x_{III} + x_{IV}$) est égal à 3 ou à 4 ou à 10 :

x_I	x_{II}	x_{III}	x_{IV}	$Pm(x_I)$	$Pm(x_{II})$	$Pm(x_{III})$	$Pm(x_{IV})$
0	0	0	0	-	-	-	-
1	1	1	1	6	9	5	5
2	2	2	2	6	4	4	9
3	3	3	3	5	3	3	5

x	x_I	x_{II}	x_{III}	x_{IV}
3				
4				
10				

TSE - UT1 Capitole / Année Universitaire 2021-2022

Semestre 2, Licence Mention Economie, Parcours Economie et Droit et Parcours Economie et MIASHS

Travaux Dirigés sur le Cours MICROÉCONOMIE 2

Document de TD n°1 Corrigé "à trous" rédigé par M. Bouissou, Responsable du Cours.

Exercice 1.1 "Sélection des processus efficients dans un ensemble de processus de production"

Voici le sous-ensemble des processus efficients de chacun des ensembles de processus définis en a), b) et c) tel qu'on peut le déterminer en appliquant la méthode présentée dans la résolution de l'exercice sur les pages 14 et 15 du Cours mis à disposition dans le fichier M2-02 :

a)

b)

c)

Exercice 1.2 "Productivités et répartition efficiente d'un facteur dans plusieurs unités de production"

1. Pour calculer la productivité moyenne du facteur dans chaque usine :

$$\forall i=I,II,III, \forall x_i=1,2,\dots,6 : PM(x_i) =$$

x_I	$PT(x_I)$	$PM(x_I)$	x_{II}	$PT(x_{II})$	$PM(x_{II})$	x_{III}	$PT(x_{III})$	$PM(x_{III})$
0	0	-	0	0	-	0	0	-
1			1			1		
2			2			2		
3			3			3		
4			4			4		
5			5			5		
6			6			6		

2. Si l'entreprise était obligée de maintenir la part $x_{II}=4$, des 13 unités du facteur, allouée à l'usine II, la décision lui permettant alors d'augmenter le plus possible sa production totale du bien consisterait à utiliser des quantités de ce facteur dans les usines et

telles que $x_I + x_{III} = 9$ càd $x_I + x_{III} = 13 - 4 = 9$

et telles que $x_I + x_{III}$ soit maximal.

On peut alors facilement les déduire du tableau suivant de résultats :

x_I	x_{III}	$PM(x_I)$	$PM(x_{III})$	$PM(x_I) + PM(x_{III})$
0	9			
1	8			
2	7			
3	6			
4	5			
5	4			
6	3			
7	2			
8	1			
9	0			

Elle devrait alors respectivement allouer $x_I = 5$ et $x_{III} = 4$ unités du facteur, aux usines I et III pour maximiser sa production totale du bien.

Celle-ci, $y_I + y_{II} + y_{III}$, passerait ainsi, de $10 + 10 + 10 = 30$ avec $(x_I, x_{II}, x_{III}) = (0, 4, 9)$

à $15 + 10 + 10 = 35$ avec $(x_I, x_{II}, x_{III}) = (5, 4, 4)$

3. La décision lui permettant désormais d'augmenter le plus possible sa production totale du bien consistera à utiliser des quantités du facteur dans les usines I, II et III, x_I, x_{II} et x_{III}

telles que $x_I + x_{II} + x_{III} = 13$ et que $x_I + x_{II} + x_{III}$ soit maximal.

On peut alors les déduire d'un tableau (analogue à celui construit pour répondre à la question 2.) qui donnerait pour chacune des valeurs d'un triplet (x_I, x_{II}, x_{III}) dont la somme $x_I + x_{II} + x_{III}$ est égale à 13,

la production totale correspondante égale à $PT(x_I)+PT(x_{II})+PT(x_{III})$:

$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(6,6,1)	(6,1,6)	(6,5,2)	(6,2,5)	(6,4,3)	(6,3,4)	(5,6,2)
$\sum_{i=I}^{III} PT(x_i)$	41+49+10						
=	100						
$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(5,2,6)	(5,5,3)	(5,3,5)	(5,4,4)	(4,6,3)	(4,3,6)	(4,5,4)
$\sum_{i=I}^{III} PT(x_i)$							
=							
$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(4,4,5)	(3,6,4)	(3,4,6)	(3,5,5)	(2,6,5)	(2,5,6)	(1,6,6)
$\sum_{i=I}^{III} PT(x_i)$							
=							

4. Lorsque l'entreprise n'est plus obligée de maintenir sa part des 13 unités du facteur, allouée à l'usine II et qu'elle peut désormais réallouer efficacement entre ses trois usines, ces 13 unités de facteur qu'elle possède, la **productivité totale** du facteur dans l'entreprise passe de unités d'output, à son niveau maximal alors réalisable, égal à unités d'output.

On peut aussi faire remarquer que la **productivité moyenne** du facteur dans l'entreprise, atteint alors, par conséquent, son niveau maximal réalisable lorsqu'elle en utilise 13 unités, c-à-d unités d'output.

Exercice 1.3 "Productivité marginale et répartition efficiente d'un facteur dans plusieurs unités de production"

1. Calcul de la productivité marginale du facteur dans chaque usine :

$\forall i=I,II,III, \forall x_i=1,2,3 : Pm(x_i) =$

d'où, par exemple, dans l'usine I : $Pm(3) =$

etc.

x_I	$PT(x_I)$	$Pm(x_I)$	x_{II}	$PT(x_{II})$	$Pm(x_{II})$	x_{III}	$PT(x_{III})$	$Pm(x_{III})$
0	0		0	0		0	0	
1	1		1	2		1	4	
2	2		2	8		2	12	
3	15		3	14		3	14	

2. La répartition des 4 unités du facteur lui permettant d'obtenir la quantité maximale possible d'output se déduit du tableau suivant qui donne pour chacune des 12 valeurs possibles suivantes d'un triplet (x_I, x_{II}, x_{III}) tel que $x_I+x_{II}+x_{III}=4$, la production totale correspondante :

$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(3,1,0)	(3,0,1)	(2,2,0)	(2,0,2)	(2,1,1)	(1,3,0)
$PT(x_I)+PT(x_{II})+PT(x_{III})$						
=						
$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(1,0,3)	(1,2,1)	(1,1,2)	(0,3,1)	(0,1,3)	(0,2,2)
$PT(x_I)+PT(x_{II})+PT(x_{III})$						
=						

D'où la détermination directe de cette allocation des 4 unités de facteur : $x_I=$, $x_{II}=$ et $x_{III}=$ optimale au sens où elle permet à l'entreprise d'obtenir un maximum de unités de bien.

3. L'information sur l'évolution de la productivité totale d'un facteur étant indirectement contenue dans l'information sur l'évolution de sa productivité marginale car celle-ci permet de la reconstituer (en effet : $PT(1)=Pm(1)$, $PT(2)=Pm(1)+Pm(2)$, $PT(3)=Pm(1)+Pm(2)+Pm(3)$, etc.), on devrait pouvoir retrouver la répartition optimale entre les usines, des unités de facteur dont dispose l'entreprise, sans exploiter comme précédemment, l'information sur l'évolution de la productivité totale du facteur dans chaque usine mais en utilisant l'information sur l'évolution de la productivité marginale du facteur dans chaque usine. L'idée de base serait alors d'allouer successivement les unités du facteur là où sa productivité marginale sera la plus forte **mais** cela ne permettra de retrouver directement l'allocation optimale du facteur entre les usines

que si la productivité marginale du facteur est décroissante dans chaque usine.

Car s'il y a par contre, par exemple, alternance de croissance et de décroissance dans l'évolution de la productivité marginale du facteur dans une ou plusieurs des usines ou des sauts brutaux importants sur des phases de croissance de la productivité marginale du facteur dans une ou plusieurs des usines, il faudra alors, par exemple, vérifier après chaque attribution d'une unité du facteur à une usine où elle y aurait la plus grande productivité marginale, si la production alors obtenue, est toujours supérieure à celle qu'on obtiendrait avec la même allocation en facteur à une autre usine et si tel n'est pas le cas, procéder à cette allocation dans cet autre usine où ce serait plus productif; et ainsi de suite ...

Comme la productivité marginale du facteur n'est pas toujours décroissante dans chaque usine de l'entreprise, on va donc devoir tenir compte de la remarque précédente.

On commence ainsi par attribuer la 1ère unité de facteur à l'usine où sa productivité marginale est la plus forte car puis la 2ème aussi car ; on vérifie alors que quand $x_{III}=x_{II}=x_I=$: car .

On continue alors en attribuant la 3ème unité comme 3ème unité à l'usine ou comme 1ère unité à l'usine où sa productivité marginale est la même, et est plus forte que dans l'usine car mais on constate alors que quand $x_{III}=x_{II}=x_I=$: car ; on doit donc allouer les 3 premières unités du facteur dans l'usine où cela permet à ce stade d'utilisation du facteur, de maximiser la production en obtenant unités d'output; il reste finalement, alors, à choisir d'attribuer la 4ème unité à l'une des deux autres usines car il n'est pas possible, ici, d'en attribuer plus de trois à chacune et on l'attribue logiquement, par comparaison des productivités marginales, à l'usine plutôt qu'à la car pour obtenir unités d'output supplémentaires et atteindre un total de unités d'output avec une configuration d'allocation des 4 unités de facteur, du type : 3 unités dans une usine (ici la) et 1 unité dans une autre (ici la). Mais il faut alors vérifier, avant de conclure, si une autre configuration d'allocation des 4 unités de facteur, alors du type : 2 unités dans une usine et 2 unités dans une autre, ne serait pas plus productive.

Et pour pouvoir le faire, il faut connaître le niveau de $PT(2)$ dans chacune des 3 usines qu'on peut lire dans le tableau des productivités totales de l'énoncé ou qu'on peut calculer d'après $Pm(1)+Pm(2)=PT(2)$ à partir d'un tableau des productivités marginales.

Constatant ainsi que

$(x_I, x_{II}, x_{III})=$	(2,2,0)	(2,0,2)	(0,2,2)
$PT(x_I)+PT(x_{II})+PT(x_{III})$	2+8+0	2+0+12	0+8+12
=	10	14	20

on peut finalement

conclure que la répartition optimale des 4 unités de facteur sera en fait $x_I=0$, $x_{II}=2$ et $x_{III}=2$

qui permet à l'entreprise d'obtenir un maximum de unités de bien.

La réponse obtenue en exerçant correctement un contrôle et une éventuelle correction, à chaque étape de cette résolution basée sur l'évolution des productivités marginales, est donc bien identique à celle précédemment obtenue par la résolution directement basée sur la connaissance des productivités totales.

Exercice 1.4

Connaissant les productivités marginales d'un facteur selon ses quantités $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}$, utilisées dans 4 usines, comment peut-on déterminer la meilleure répartition à faire entre ces usines, selon que le nombre x d'unités du facteur à répartir ($x = x_I + x_{II} + x_{III} + x_{IV}$) est égal à 3 ou à 4 ou à 10 ?

En sachant tenir compte de ce qui a été notamment remarqué à la fin de la résolution de la question 3. de l'Exercice 1.3, c'est-à-dire en considérant systématiquement les différents **types de configuration d'allocation**, possibles, du nombre d'unités de facteur à répartir, compte tenu du nombre d'usines et du nombre maximum d'unités de cet input, allouable à chaque usine (car cela entraîne un nombre limité des types de configuration à devoir considérer, surtout si le produit de ces 2 nombres est alors voisin du nombre d'unités de facteur à répartir).

Ayant alors pris soin de préalablement calculer les productivités totales découlant des productivités marginales du tableau de l'énoncé dans lequel on pourra commodément rajouter ces résultats comme ci-dessous :

x_I	x_{II}	x_{III}	x_{IV}	$Pm(x_I)$	$Pm(x_{II})$	$Pm(x_{III})$	$Pm(x_{IV})$
0	0	0	0	-	-	-	-
1	1	1	1	$12 \left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 6 \end{smallmatrix} \right) 17$	$13 \left(\begin{smallmatrix} 9 \\ 4 \end{smallmatrix} \right) 16$	$9 \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 4 \end{smallmatrix} \right) 12$	$14 \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 9 \end{smallmatrix} \right) 19$
3	3	3	3	5	3	3	5

il suffira alors pour chaque **type de configuration d'allocation** possible de déterminer l'allocation la plus productive puis de conclure par le choix, parmi celles-ci, de celle qui est finalement la plus productive.

Avertissement : on devra savoir opérer par calcul mental ou sur un coin de brouillon, à partir des données du tableau précédent afin de s'entraîner aux contrôles où l'usage de la calculatrice ne sera pas autorisé et où le souvenir des tables de multiplication ☺ sera alors nécessaire.

Dans le cas $x = 3$, il y a 3 types de configuration à devoir considérer :

la **1 dans 3** (càd 1 **unité allouée à 3 usines**) car $1 \times 3 = 3$ où les meilleures sont $1\ 1\ 1\ 0$ (càd $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 0$) et qui produisent chacune $6 + 9 + 5 = 20$

la **1 ds 1 et 2 ds 1** car $1 \times 1 + 2 \times 1 = 3$ où la meilleure est qui produit

la **3 ds 1** car $3 \times 1 = 3$ où la meilleure est

d'où l'allocation optimale est càd $x_1 = , x_2 = , x_3 = , x_4 = .$

Dans le cas $x = 4$, il y a 4 types de configuration à devoir considérer :

la **1 ds 1, 4 fois**, où la seule est $1\ 1\ 1\ 1$ qui produit $6 + 9 + 5 + 5 = 25$

la **1 ds 1, 2 fois, et 2 ds 1** où la meilleure est

la où la meilleure est

la où la meilleure est

d'où l'allocation optimale est càd $x_1 = , x_2 = , x_3 = , x_4 = .$

Dans le cas $x = 10$, il y a 2 types de configuration à devoir considérer :

la **3 ds 3 et 1 ds 1** où les meilleures sont et qui produisent respectivement et

la où la meilleure est

d'où l'allocation optimale est càd $x_1 = , x_2 = , x_3 = , x_4 = .$

Astuce dispensant de beaucoup des calculs précédents, dans ce cas : comme il faut optimalement répartir 10 des $12 (= 4 \times 3)$ unités de facteur de l'entreprise entre 4 usines qui peuvent au maximum en employer 3, il faut nécessairement commencer à en allouer 3 à 2 des 4 usines les plus productives avec 3 unités donc décider $x_1 = 3$ et $x_4 = 3$ et il ne reste plus qu'à voir si les 4 autres doivent être réparties entre les usines 2 et 3, pour moitié-moitié (soit 2 et 2) ou pour trois quarts-un quart (soit 3 et 1 ou 1 et 3) et comme $13 + 9 > 16 + 5 = 9 + 12$, il faut alors décider $x_2 = 2$ et $x_3 = 2$.

TSE - UT1 Capitole / Année Universitaire 2021-2022**Semestre 2, Licence Mention Economie, Parcours Economie et Droit et Parcours Economie et MIA SHS
Travaux Dirigés sur le Cours MICROÉCONOMIE 2**

Document de TD n°2 rédigé par M. Bouissou, Responsable du Cours.

Exercice 2.1 "Fonction de production et productivité du travail dans une entreprise"

(rédigé à partir d'un Exercice des "Eléments de microéconomie 2." de B. Jullien et P. Picard publié chez Montchrestien)

On veut définir l'expression de la fonction de production d'une entreprise produisant sur une période, un bien parfaitement divisible en quantité y à partir d'un nombre l d'heures¹ de travail globalement fourni dans l'entreprise et d'un nombre n de machines utilisées.

Or la quantité y produite ne dépend directement que du nombre l_1 des heures de travail consacrées à l'utilisation des machines et seulement indirectement du nombre l_2 des heures de travail consacrées aux tâches de maintenance et d'organisation générale de l'entreprise.

On est alors parvenu à déterminer que la production dépendra à la fois du nombre de machines utilisées et du nombre d'heures de travail sur ces machines, sous la forme $y = n^{1/2}l_1^{1/2}$ puis à déterminer qu'il faut consacrer α heures de travail à la maintenance de chaque machine et du temps de travail à l'organisation de l'entreprise, proportionnellement à celui qui est fourni par les utilisateurs des machines, de sorte que $l_2 = \alpha n + \beta l_1$ où les coefficients de proportionnalité $\alpha (>0)$ et $\beta (>0)$ ont été évalués.

- Déterminer précisément l'expression analytique de la fonction de production : $y = f(l, n)$, en supposant que le travail dans l'entreprise doit être prioritairement affecté aux tâches de maintenance.
- Etudier précisément, sous tous ses aspects, la productivité du travail dans cette entreprise lorsqu'elle dispose d'un nombre fixé \bar{n} de machines.

Exercice 2.2 "Fonction de production d'une entreprise de transport routier"

Une entreprise de transport routier s'est spécialisée dans le transport de containers, à partir d'une zone portuaire de déchargement, en direction des entrepôts de stockage de divers grossistes, importateurs d'articles textiles de prêt-à-porter, qui sont installés dans différentes régions. Et elle utilise pour cela une flotte de camions pouvant transporter chacun, un seul container.

Elle facture son service de transport au nombre de kilomètres parcourus pour le trajet aller-retour, indépendamment du poids du contenu transporté dans le volume offert par un container car ce poids est quasi constant vu la spécialisation de l'entreprise dans le type de bien transporté.

L'output considéré par cette entreprise est tout simplement, alors, le nombre de kilomètres parcourus dans une journée par un camion, pour un nombre d'heures effectives de conduite, fixé, dans le respect de la réglementation, à 8 heures par jour.

Chaque camion étant remplacé par un neuf tous les six mois, les conséquences prévisibles de la vitesse de roulage sur son usure et celles de son usure sur sa consommation de fuel, sont supposées négligeables.

L'output, kilométrage quotidien d'un camion, c'est le nombre y de kilomètres parcourus par un camion lorsque l'input, "temps de roulage", est invariablement fixé à 8 heures par jour, ne dépend plus alors, que du nombre de litres x de l'input "fuel", consommé par le camion pendant ces 8 heures quotidiennes de roulage, volume qui dépend, lui-même, de l'une des vitesses moyennes pouvant être adoptée pour rouler,

conformément au tableau suivant :

vitesse moyenne en km/h	55	60	65	70	75
consommation en l de fuel pour 100 km	17	16	14	15	18

Il existe ainsi autant de processus de production de kilométrage quotidien, réalisables, qu'il existe de vitesses moyennes de roulage pendant 8 heures et autant de processus réalisables supplémentaires qu'on peut imaginer de répartition de ces vitesses moyennes sur les 8 heures de roulage.

1. qu'on supposera parfaitement divisible

1. Commencer par considérer les 5 processus réalisables en roulant à l'une des 5 vitesses moyennes pouvant être adoptée, afin de justifier l'élimination de processus inefficients c-à-d de vitesses moyennes de roulage qui ne devraient jamais être adoptées par le chauffeur pendant tout ou partie de ses 8 heures quotidiennes de roulage.
 2. Ayant déterminé le sous-ensemble des processus efficaces dans cet ensemble de 5 processus, **représenter graphiquement et donner l'expression algébrique** de la fonction de production $y=f(x)$ continue reliant un nombre x de litres de fuel consommé au nombre maximum y de kilomètres qu'il permet de parcourir dans la journée, telle qu'on peut la définir en considérant la possibilité de rouler pendant certaines fractions des 8 heures de roulage à des vitesses moyennes efficaces différentes.
Pour cette représentation graphique, on recommande d'utiliser les échelles adaptées suivantes : 1 cm en abscisse pour 4 l de fuel et 1 cm en ordonnée pour 20 km parcourus dans une journée.
 3. Le fuel étant l'unique input de la fonction de production de kilomètres journaliers car c'est le seul facteur qu'on peut faire varier, la fonction de production $y=f(x)$ exprime aussi la fonction de productivité totale $PT(x)$ de l'input "fuel". En déduire l'expression de sa productivité moyenne, $PM(x)$ et de sa productivité marginale, $Pm(x)$ puis les représenter graphiquement afin de montrer que la relation systématique entre l'évolution de la productivité moyenne et de la productivité marginale d'un facteur, est bien vérifiée.
Pour ces deux représentations graphiques, on recommande d'utiliser un seul repère avec les échelles adaptées suivantes : 1 cm en abscisse pour 4 l de fuel et 1 cm en ordonnée pour 0,5 km parcouru.
-

TSE - UT1 Capitole / Année Universitaire 2021-2022

Semestre 2, Licence Mention Economie, Parcours Economie et Droit et Parcours Economie et MIA SHS

Travaux Dirigés sur le Cours MICROÉCONOMIE 2

Document de TD n°2 Corrigé "à trous" rédigé par M. Bouissou, Responsable du Cours.

Exercice 2.1 "Fonction de production et productivité du travail dans une entreprise"

1. Il a été établi que le nombre l ($\in \mathbb{R}_+$) d'heures de travail dans l'entreprise se répartit en un nombre l_1 ($\in \mathbb{R}_+$) d'heures de travail d'utilisation des machines et un nombre l_2 ($\in \mathbb{R}_+$) d'heures de travail de maintenance et d'organisation, telles que $l = l_1 + l_2 = l_1 + \alpha n + \beta l_1$ et que la production dépend directement du nombre n de machines utilisées et du nombre l_1 d'heures de travail sur ces machines, sous la forme $y = n^{1/2}l_1^{1/2}$ dans laquelle, il suffit alors de substituer l'expression de l_1 en fonction de l , pour déterminer l'expression analytique de la fonction de production : $y = f(l, n)$ comme suit :

$$l = l_1 + \alpha n + \beta l_1 \Leftrightarrow \boxed{}$$

et comme le travail dans l'entreprise doit être prioritairement affecté aux tâches de maintenance, elle doit employer pour obtenir $y > 0$, c'est-à-dire pour pouvoir produire, un nombre l d'heures de travail tel que :

$$\boxed{}$$

d'où cette expression de sa fonction de production $y = f(l, n)$:

$$y = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

2. Lorsque l'entreprise utilise un nombre fixé \bar{n} de machines,

l'expression de la fonction de productivité totale du travail dans cette entreprise est :

$$PT(l) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

l'expression de la fonction de productivité marginale du travail est alors :

$$Pm(l) = \frac{dPT(l)}{dl} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

et l'expression de la fonction de productivité moyenne du travail est alors :

$$PM(l) = \frac{PT(l)}{l} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

D'après son expression, la productivité totale du travail, $PT(l)$, est visiblement une fonction continuellement du travail fourni dès que $l > \alpha \bar{n}$ et c'est confirmable par le calcul de sa dérivée, la productivité marginale du travail, $Pm(l)$, qui est alors visiblement toujours

Il existe une valeur de l pour laquelle sécante et tangente à la courbe de productivité totale du travail se superposent, c'est-à-dire telle que productivité et du travail sont égales car

On peut vérifier que c'est la valeur de l pour laquelle la productivité moyenne est maximum en étudiant le signe de la dérivée de cette productivité moyenne car

$$\frac{dPM(l)}{dl} =$$

$$\text{d'où : } \frac{dPM(l)}{dl} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0 \Leftrightarrow$$

donc la productivité moyenne est :

- croissante quand l
- maximum quand l
- puis décroissante quand l

Enfin, d'après son expression, la productivité marginale du travail, $Pm(l)$, est visiblement une fonction continuellement \downarrow du travail fourni dès que $l > \alpha\bar{n}$ et c'est confirmable par le calcul de sa dérivée :

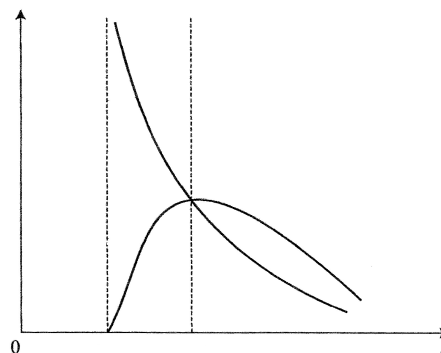
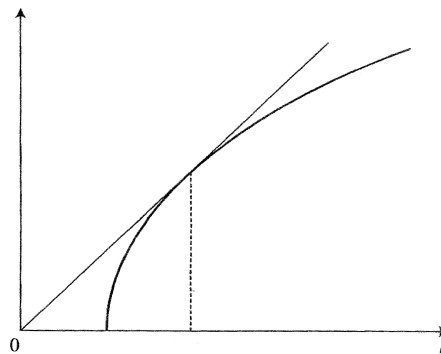
$$\frac{dPm(l)}{dl} =$$

qui est alors, $\forall l > \alpha\bar{n}$, visiblement toujours < 0 .

De plus, $Pm(l) \rightarrow 0$ quand $l \rightarrow \alpha\bar{n}^+$ et $Pm(l) \rightarrow -\infty$ quand $l \rightarrow +\infty$

$$\text{et } Pm(l) \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} PM(l) \Leftrightarrow$$

On repère alors aisément ces 3 courbes de productivité du travail sur le graphique suivant :



Et on peut vérifier que ces productivités moyenne et marginale vérifient les propriétés démontrées en Cours :

- quand la productivité marginale est supérieure à la productivité moyenne, la productivité moyenne est \uparrow ;
- quand la productivité marginale est inférieure à la productivité moyenne, la productivité moyenne est \downarrow ;
- alors, la productivité marginale étant d'abord supérieure puis inférieure à la productivité moyenne, la productivité moyenne atteint son maximum quand elle est égale à la productivité marginale ;
- et la courbe de productivité marginale coupe donc la courbe de productivité moyenne en son point de maximum.

Exercice 2.2 "Fonction de production d'une entreprise de transport routier"

1. Chacun des 5 processus réalisables **respectivement associé à l'une des 5 vitesses moyennes** pouvant être adoptée, peut être décrit pour commencer, comme un triplet (x_1, x_2, y) où
- x_1 a été invariablement fixé à 8 h de conduite quotidienne, quelle que soit la vitesse moyenne adoptée ;
 - x_2 est le nombre de litres de fuel consommés pendant $x_1=8$ h de conduite quotidienne, à la vitesse moyenne adoptée ;
 - y est le kilométrage quotidien obtenu en dépensant x_2 l de fuel pendant $x_1=8$ h de conduite à l'une des 5 vitesses moyennes adoptée.

Ces 5 processus réalisables peuvent être alors simplement décrits comme les couples (x, y) (où $x=x_2$) qui relie la consommation quotidienne de fuel, x , au kilométrage quotidien parcouru, y , pour chaque vitesse moyenne pouvant être adoptée comme on le montre dans le tableau suivant :

vitesse moyenne constante v en km/h	55	60	65	70	75
consommation c en l de fuel pour 100 km	17	16	14	15	18
kilométrage quotidien y (=)	=	=	=	=	=
consommation quotidienne en l de fuel x (=)	=	=	=	=	=
point (sur le graphique de la question 2.)	A	B	C	D	E

Ce tableau permet alors de confirmer ce que pouvait déjà suggérer la lecture du tableau de l'énoncé : on doit éliminer processus, c'est-à-dire renoncer à car

Les vitesses moyennes sont par contre efficaces puisqu'elles

2. Les processus efficaces représentés par les points : appartiennent donc à la fonction de production $y=f(x)$ et indiquent alors le nombre nécessaire pour parcourir respectivement : ou symétriquement, le nombre en consommant respectivement :

Mais comment, alors, chaque camion de l'entreprise pourra-t-il parcourir efficacement (càd en consommant le moins possible de fuel) entre et km par jour ?

Si son chauffeur partage son temps de conduite quotidien en roulant, par exemple, pendant une part $\alpha \in [0, 1]$ des 8 h, à 65 Km/h et pendant l'autre, à 75 km/h, il pourra alors :

- parcourir une distance comprise entre et km, précisément égale à = km,
- en consommant l.

Et en choisissant, par exemple, $\alpha = 1/2$, il parcourra alors, = km, en consommant = l,

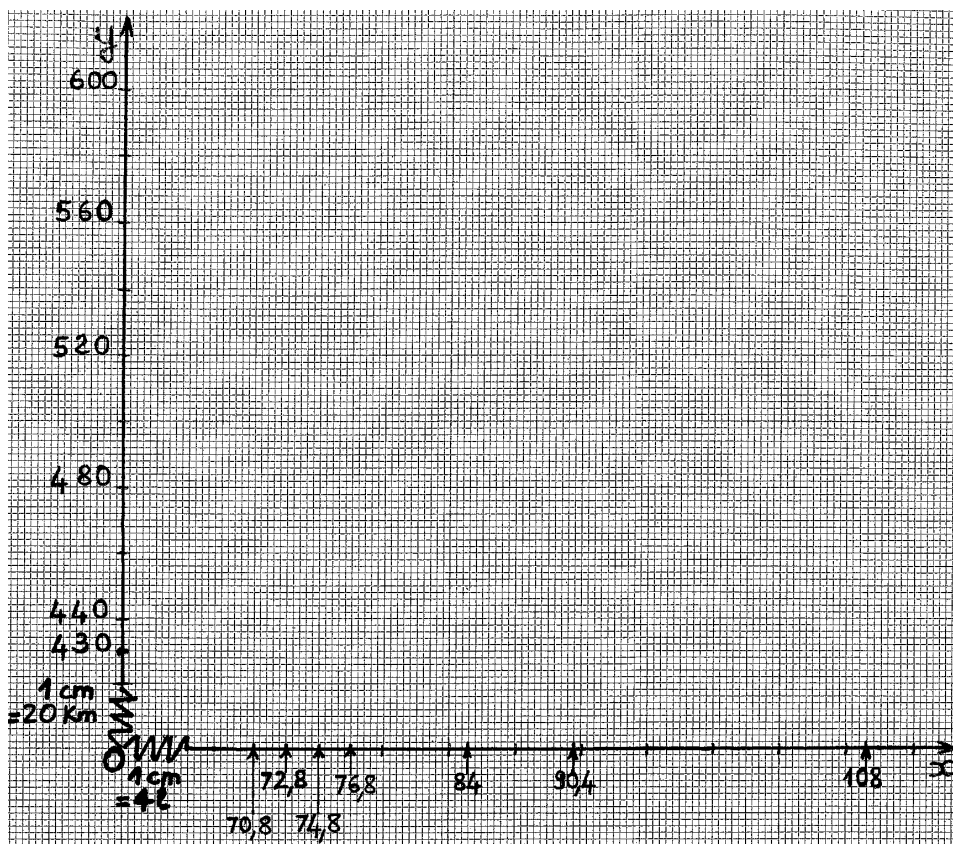
ce qui est un processus réalisable représentable par un point F au milieu du segment mais un tel processus !

car on peut parcourir km à km/h en ne consommant que l comme c'est décrit par le processus efficace au point .

Plus généralement, tous les points à l'intérieur du segment AB , décrivent les différents processus de production de kilométrage quotidien, résultant des répartitions possibles des 8 h de roulage (selon α variant entre 1 et 0) entre un temps de roulage à la vitesse moyenne du processus efficient décrit au point A et un autre, à la vitesse moyenne du processus efficient décrit au point B .

Mais le segment AB est **au-dessous** du segment AC qui décrit les processus répartissant les 8 h de roulage entre un temps de roulage à la vitesse moyenne du processus efficient décrit au point A et un autre, à celle du processus efficient décrit au point C **et au-dessous** du segment BC qui décrit les processus répartissant les 8 h de roulage entre un temps de roulage à la vitesse moyenne du processus efficient décrit au point B et un autre, à celle du processus efficient décrit au point C .

Chaque processus décrit sur le segment AB produit alors :
moins de x **avec un même nombre de** y
 qu'un processus décrit sur le segment AC **ou** sur le segment BC .
 Donc tous les processus décrits sur le segment AB sont **dominés** !



La fonction de production $y = f(x)$ est donc constituée des processus efficient décrits sur le segment AB permettant de parcourir entre x_1 et x_2 km par jour, en roulant pendant une part α des 8 h de roulage à la vitesse v_1 et pendant l'autre à la vitesse v_2 **et** des processus efficient décrits sur le segment BC permettant de parcourir entre x_3 et x_4 km par jour, en roulant pendant une part α des 8 h de roulage à la vitesse v_3 et pendant l'autre à la vitesse v_4 .

Cette caractérisation graphique de la fonction de production permet d'en déduire son expression algébrique.

En effet, tout segment reliant le point A à tout processus efficient (x, y) décrit sur le segment AB a la même pente que le segment AB donc $\frac{y - 430}{x} = \frac{430 - 430}{108 - 0} = 0$

d'où $\forall x \in [0, 108]$

et tout segment reliant le point à tout processus efficient (x, y) décrit sur le segment a la même pente que donc _____ =

d'où $\forall x \in$

soit : $y = f(x) \approx \left\{ \right.$

3.

$$PM(x) = \frac{f(x)}{x} \approx \left\{ \right.$$

d'où $PM(72,8) \approx$ km, $PM(84) \approx$ km, $PM(108) \approx$ km.

$$Pm(x) = \frac{df(x)}{dx} \approx \left\{ \right.$$

Remarque : $Pm(x)$ n'est pas définie en $x = 84$ l car la productivité (totale) du dernier des 84 l consommés est égale à km alors que celle d'un 85 ème l est égale à km.

Enfin, il est normal d'observer que $PM(x)$ est car $\forall x \in$

