Foire aux questions FAQ 1 sur le Chapitre 1

QUESTION 1 : " Dans le Cours p.2, il est donné en exemple une chronique. Et dans la page qui suit (p.3) on définit le domaine de définition temporel d'une chronique comme étant un ensemble contenant les dates de tous les montants monétaires non nuls d'une chronique. Il est alors expliqué que pour l'exemple précédemment utilisé cet ensemble est 0, 1, 2, 3, 4, 5). Cependant le 3ème élément de la chronique prise pour exemple (à la date 2 donc) est un montant monétaire nul, le domaine de définition temporel de cette chronique ne devrait-il donc pas être plutôt 0, 1, 3, 4, 5) ? "

Ma réponse : Votre question a été très bien posée. Et ma réponse va juste vous montrer que vous avez mal appliqué la définition qui vous a été donnée : "ensemble de toutes les dates successives comprises, au sens large, entre la première et la dernière où apparaît un montant monétaire non nul".
La première où apparaît un montant monétaire non nul c'est 0,
la dernière où apparaît un montant monétaire non nul c'est 5,
et toutes les dates successives comprises entre 0 et 5 au sens large (c'est-à-dire avec 0 et 5) sont bien 0, 1, 2, 3, 4, 5.

QUESTION 2 : J'ai une question à propos des chroniques discrètes aux pages 3 et 4 du cours.
En effet, en lisant la définition au bas de la page 3, je pense avoir compris qu'une chronique discrète a un domaine de définition qui comprend un nombre fini ou infini dénombrable de dates. En approfondissant mes recherches sur ce qu'était un "ensemble fini ou infini dénombrable" j'ai compris qu'il devait contenir forcément des nombres entiers.
Cependant, j'ai vu à la page 4 que nous avons pris en exemple une chronique discrète en temps annuel continu, les dates présentes ne sont pas des nombres entiers mais des fractions. Cela m'a paru incohérent car précédemment nous avons vu que le domaine de définition temporel d'une chronique discrète contient un nombre fini ou infini dénombrable de dates. J'espère que j'ai été claire.

Ma réponse : Votre phrase : En approfondissant mes recherches sur ce qu'était un "ensemble fini ou infini dénombrable" j'ai compris qu'il devait contenir forcément des nombres entiers, est mal conclue.
Il faudrait dire : Un ensemble fini ou infini dénombrable contient un nombre total d'éléments qu'on peut (ensemble fini) ou qu'on pourrait (ensemble infini dénombrable) compter, et qui est alors, bien sûr, exprimé par un nombre entier fini ou infiniment grand.
Ensuite, faites attention en réfléchissant donc bien à ceci : "le nombre d'éléments non nuls dans une chronique" et "le nombre de dates dans le domaine de définition temporel d'une chronique" sont toujours égaux dans une chronique en temps annuel discret ou dans une chronique continue mais ils ne le sont pas dans une chronique discrète en temps annuel continu.
En effet, dans cet exemple-là de chronique donné p.5 (et pas p.4 comme vous l'avez dit par erreur), il y a seulement 3 éléments non nuls mais le nombre de dates de son domaine de définition temporel qui est alors égal à l'intervalle de temps continu [2/3,4/3] est le nombre infini non-dénombrables d'instants successifs qu'il contient.
Donc votre phrase du début : "une chronique discrète a un domaine de définition temporel qui comprend un nombre fini ou infini dénombrable de dates" doit être complétée par "quand elle est exprimée en temps annuel discret mais une chronique discrète en temps annuel continu a un domaine de définition temporel qui comprend toujours un nombre infini non-dénombrable de dates".
Voici dissipées, je l'espère, vos confusions qui vous ont fait croire à des incohérences dans ces pages du Cours.

QUESTION 3 : Page 5, ligne 6 du 1.3 "Taux d'interêt des opérations financières". Pourquoi, je cite "pour l'emprunteur, de la ou les dates où il devra rembourser" et pas l'inverse ?

Ma réponse : On comprend en général facilement qu'en faisant un prêt, on déplace de l'argent qu'on avait sur une date vers une date future où cet argent nous sera remboursé intérêts compris mais il faut alors savoir aussi comprendre que quand on nous accorde un emprunt c'est parce qu'on aura l'argent pour le rembourser, intérêts compris, sur une date future (ou plusieurs dates futures) dont il disparaîtra alors et qu'il nous aura donc permis de nous procurer de l'argent sur la date antérieure où on a emprunté, ainsi : "un emprunteur déplace de son argent, de la date où il remboursera son emprunt (ou des dates successives où il le remboursera progressivement) vers la date où il a emprunté".

QUESTION 4 : Page 6, vous introduisez le calcul d'un taux d'intérêt annuel qui mesure le taux de croissance annuel moyen ou loyer annuel moyen. Page 7, vous introduisez un exemple dans lequel vous comparez l'utilisation d'un taux d'interêt annuel moyen, dans le 1er cas dans la formule de capitalisation dite à "interêts simples", puis dans le second cas dans la formule de capitalisation dite à "intérêts composés". Dans la 1ère, le taux d'interêt annuel de 10.5% est correctement utilisable. Dans la seconde, elle ne l'est pas. Vous

dites que "les seuls taux d'intérêt annuels correctement utilisables dans les formules d'actualisation à intérêts composés sont ceux calculés sur une seule année ". Pourquoi ce ne serait pas plutôt "ce sont, en effet, les seuls taux d'intérêt annuels correctement utilisables dans les formules d'actualisation à intérêts simples" ?
Ma réponse : Un taux d'intérêt annuel moyen i calculé sur $n \geq 2$ années (deux ans ou plus) est un taux d'intérêt annuel constant qui n'est correctement utilisable que dans une formule de capitalisation à intérêts simples d'après laquelle une somme S deviendra au bout des n années : $S(1 + n \times i)$.
Les taux d'intérêts annuels sur une seule année (constants ou différents sur une succession d'années) ne sont eux correctement utilisables que dans une formule de capitalisation à intérêts composés d'après laquelle une somme S deviendra au bout de n années à taux d'intérêt annuel constant i : $S(1+i)^n$ ou au bout de 2 ans au taux i_1 sur l'année 1 et au taux i_2 sur l'année 2 : $S(1+i_1)(1+i_2)$ car au bout d'1 an, elle est devenue $S(1+i_1)$ qui au bout de l'année suivante, est multipliée par $(1+i_2)$ et devient bien égale à $S(1+i_1)(1+i_2)$.
QUESTION 5 : Lorsqu'on applique le principe d'actualisation, qu'est ce qu'implique le fait que la somme à actualiser soit négative ? Je n'arrive pas à faire le lien de la négativité de la somme avec le fait qu'il faille faire un prêt ou un emprunt.
Ma réponse : Tout ça est très détaillé dans le corrigé avec commentaires très complets du QCM 1 ! Bonne lecture en étant bien concentrée et revenez pour me dire si vous avez bien pu comprendre.
Sa réponse : J'ai bien pris en compte votre correction et elle m'a beaucoup éclairée. Cependant, je voudrais juste vous poser une question pour être certaine de ma compréhension et me permettre d'avancer en autonomie dans l'apprentissage de ce cours. En résumé, peu importe qu'une somme soit négative ou positive, on l'actualisera toujours vers une date postérieure en la multipliant par 1 + le taux d'intérêt et vers une date antérieure en la divisant par 1 + tx d'intérêt. La seule différence se fait lorsque les taux d'intérêt prêteurs et emprunteurs sont différents où, dans ce cas, il faut se soucier du choix de l'agent dans l'actualisation de la chronique, entre prêter et emprunter, pour multiplier ou diviser la somme avec les bons taux. Est-ce bien ça ? Merci encore de vos réponses toujours rapides et claires.
Ma réponse : C'est parfait ! Votre réponse me fait vraiment plaisir, merci aussi à vous.
QUESTION 6 : Je ne comprends pas (question 2 du QCM 1) pourquoi lorsqu'on veut faire disparaître une somme négative $S<0$ à une date t_1 en la remplaçant par une autre somme négative à une date postérieure t_2, il faut emprunter. Je ne comprends pas la logique du transfert je n'arrive pas à me faire d'exemple concrets dans ma tête pour illustrer cette problématique. De plus, je ne comprends pas (Question 4 du QCM 1) pourquoi nous devons prêter à la date t_1, lorsque nous voulons faire disparaître une somme négative $S < 0$ à une date t_2 en la remplaçant par une autre somme négative à une date antérieure t_1.
Ma réponse : Je l'ai pourtant vraiment expliqué... Prenons l'exemple de la question 2 du QCM 1 : une somme négative à une date t_1, ça s'appelle... une dette en t_1 ! Et comment fait-on disparaître une dette ? En payant alors ce qu'on doit ! Et comme sur cette date t_1 on n'a que, une dette, et pas d'autre argent... il faut alors pour cela **emprunter** la somme que l'on doit (qui est alors égale à la valeur absolue de cette somme négative à la date t_1). La dette disparaît ainsi de la date t_1 mais elle est remplacée par une autre à la date t_2 correspondant à ce qu'on devrait alors payer pour rembourser cet emprunt, intérêts compris !
Vous voulez vraiment des chiffres ! Alors, vous "avez" -1 000 en 0 donc une dette de 1 000 en 0 ; si vous empruntez 1 000 en 0, cette dette disparaît : vous avez 0 en 0. Mais un emprunt pour rembourser une dette, comme ça doit finir par être remboursé ultérieurement, ça reporte la dette à plus tard et ça l'augmente du coût des intérêts au fil des ans sur cet emprunt !
Si pour effacer la date de 1 000 en 0, vous empruntez 1 000 sur 2 ans à taux d'intérêt annuel constant égal à 10% : à la date 1, vous aurez une dette de 1 000$(1 + 10\%)$=1 000.1,1=1 100 mais vous allez la reporter à plus tard, en continuant à être désormais emprunteur de cette dette de 1 100 jqà la date 2 où votre dette s'élèvera alors à 1 100.1,1= 1 000.1,1.1,1=1 000.1, 1^2=1 210.
Votre emprunt qui a effacé votre dette de 1 000 en 0, a donc juste permis de la reporter en la remplaçant par une dette de 1 210 à la date 2 qui correspond à ce que vous devriez alors à la date 2 pour solder cet emprunt. Enfin comprise la Question 2 du QCM 1 ? !
Alors, à vous de rejouer sur la Question 4 du QCM 1 !
Il faut donc vous concentrer davantage sur tous les détails nécessaires dans ce que j'ai écrit, lorsque vous me lisez. Tenez-moi au courant.
Sa réponse : Votre réponse détaillée m'a ouvert les yeux, j'ai très bien compris, et j'ai réussi à comprendre seule pour la question 4. De plus, j'ai réussi à comprendre davantage avec l'application de ces définitions, grâce aux questions d'exercices qui suivaient dans votre QCM 1, elles m'ont vraiment servi et c'est un plaisir de travailler tout en comprenant ce que je fais. Merci encore pour votre aide et pour votre patience.

QUESTION 7 : Après avoir fait le QCM 1 et consulté les réponses, je trouve des difficultés à résoudre les dernières réponses. De manière générale, même après une lecture rigoureuse du cours je n'arrive pas à comprendre les formules sur l'actualisation sous l'hypothèse du MFP ; plus spécifiquement par exemple pour la question 7 du QCM, je ne comprends pas pourquoi on considère (a et b) comme étant une actualisation postérieure puisque c'est $a(1+i1)(a+i2)(1+i3)+b(1+i2)(1+i3)$ alors que la partie c est considérée comme antérieure puisque elle répond à la formule $c(1+i4)^-1(1+i5)^-1$. Comment savoir si c'est a posteriori ou a anteriori ? Concernant le cours à la page 20, je ne comprends pas la démonstration de la formule d'actualisation sur n'importe quelle date : pourquoi dans l'exemple 1000*1.03 alors que la valeur 970 n'est multipliée ou divisée par aucun taux d'intérêt et pourquoi la valeur 1200/1.05 ?

Ma réponse : Comment savoir si c'est a posteriori ou a anteriori ? Tout simplement en regardant sur quelle date on doit actualiser ! Et à la question 7, c'est sur la date 3. Alors, a qui est à la date 0 et b qui est à la date 1 doivent être actualisées sur une date postérieure car 3 est postérieure à 0 et à 1 ; c qui est à la date 5 doit être actualisée sur une date antérieure car 3 est antérieure à 5.

Même type de réponse à votre 2ème question. La date d'actualisation est 1, alors, 1 000 à la date 0 est remplacée sur la date postérieure 1 par 1 000*1.03 en la multipliant par 1,03 car le taux d'intérêt "entre 0 et 1", i_1=3%=0,03 ; 970 qui est déjà sur la date 1 d'actualisation y reste égale à 970 ; 2 100 à la date 2 est remplacée sur la date antérieure 1 par 1 000/1,05 en la divisant par 1,05 car le taux d'intérêt "entre 1 et 2", i_2=5%=0,05 etc.

Sa réponse : Oh c'est si simple que ca ! Merci beaucoup monsieur !

QUESTION 8 : J'ai un problème avec la question 11 de votre QCM 1.

En effet, je n'arrive pas à comprendre pourquoi d est actualisé avec le taux emprunteur alors que $d>0$, et c est actualisé avec le taux prêteur alors que $c<0$.

Je pense que le problème vient de moi mais je n'arrive pas à trouver. **Ma réponse :** Ce qui me dérange, c'est que vous exprimiez qu'il ne vous paraît pas correct d'actualiser $d>0$ sur une date antérieure avec le taux emprunteur alors que j'ai déjà expliqué pourquoi dans le 3ème point de mon commentaire de la réponse, et qu'il ne vous paraît pas correct d'actualiser d'actualiser $c<0$ avec le taux prêteur alors que j'ai déjà expliqué pourquoi dans le 4ème point de ce commentaire.

Vous devez donc à tout prix arriver à comprendre le 3ème point de ce commentaire en le relisant et en relisant aussi "Actualiser une somme positive sur une date antérieure" p.13 du Cours, puis vous acharner à comprendre le 4ème point de ce commentaire en le relisant et en relisant aussi "Actualiser une somme négative sur une date antérieure" p.14 du Cours.

Faites-le dès que vous aurez lu ce message et revenez fièrement me dire au prix de ces efforts de relecture attentive que vous avez finalement pu comprendre !

Je viens de m'apercevoir au passage d'une erreur de frappe dans le 4ème point du commentaire où il faut bien sûr remplacer "somme d" sur l'avant-dernière ligne, par "somme c", et vais rectifier ça dans le document M3 corrigé QCM-1 à disposition dans Moodle.

Sa réponse : Suite à votre réponse, j'ai compris le problème, je n'avais que survolé les commentaires en dessous et je ne m'étais pas mis dans la tête de raisonner en ramenant ces deux éléments de la chronique sur une date antérieure, c'est pour ça que je n'avais pas compris. Merci pour votre précieuse aide.

QUESTION 9 : J'ai une question concernant le 1.5 page 26-27 au niveau des exemples. Je ne comprends pas pour quelles raisons, à des moments, vous multipliez par i et à d'autres moment vous divisez par i .

Ma réponse : Réécrivons d'abord cette question concernant les exemples pp.26-27 de la Section 1.5 telle qu'elle aurait dû être correctement formulée : "Je ne comprends pas pour quelles raisons, à des moments, vous multipliez par (1+i) et à d'autres moments vous divisez par (1+i) ?

La réponse se trouve alors dans la seconde moitié de la page 15, à partir de "Des quatre calculs d'actualisation qui viennent d'être présentés et en qualifiant de facteur d'actualisation.... : "

(1+i) est en effet le facteur d'actualisation concernant toute année t lorsque le taux d'intérêt de toute année t est supposé constant et alors noté i.

QUESTION 10 : Cette question concerne l'exercice en haut de la page suivante :

P, prix d'achat en 0 d'une rente perpétuelle égale à S indéfiniment versée tous les ans à partir de la date 1, est égal à la valeur actualisée en 0 de ses versements. **Exprimer puis résoudre** ce calcul de P dans un contexte de MFP avec taux d'intérêt annuel constant $i>0$, **en écrivant directement** $(1+i)^{-n}$ au lieu de $\dfrac{1}{(1+i)^n}$ **puis en utilisant directement** la formule de calcul d'une **série** géométrique :

$$P = S.\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots\right] \text{ avec } |(1+i)^{-1}| < 1 \text{ car } i>0$$
$$= S.\frac{(1+i)^{-1}}{1-(1+i)^{-1}}$$
$$= S.\frac{(1+i)(1+i)^{-1}}{(1+i)-(1+i)(1+i)^{-1}} = \frac{S}{1+i-1} = \frac{S}{i}$$

Sachant que la formule est $a\,\dfrac{1-q^n}{1-q}$, pourquoi faites vous, ligne deux, $(1+i)^{-1}$ et non $1-(1+i)^{-n}$?
En effet, il m'eut paru opportun d'utiliser l'expression ci-dessus et de calculer la limite quand n tend vers plus l'infini. Tel fut mon premier réflexe tout du moins.
De la même manière, je ne comprends pas du tout le calcul qui en découle. Je tâche de le comprendre depuis à présent presque une heure, sans succès.
Ma réponse : Ici $a{=}q{=}(1+i)^{-1}$ et on fait la somme d'un nombre infini de termes (n tend vers l'infini). On a alors montré dans le cours que si $|q|{<}1$, la somme d'un nombre infini de termes d'une telle progression géométrique (càd la série associée) a une valeur calculable égale à $\dfrac{a}{1-q}$ car dans la limite de la somme des n premiers termes $a\,\dfrac{1-q^n}{1-q}$, q^n tend vers 0 parce que $|q|{<}1$.
Ici $q{=}(1+i)^{-1}{=}\dfrac{1}{1+i}$ donc avec tout taux $i{>}0$, $|q|{=}\left|\dfrac{1}{1+i}\right|{=}\left|\dfrac{1}{1+i}\right|{<}1$ donc la série converge bien vers $\dfrac{a}{1-q}{=}\dfrac{(1+i)^{-1}}{1-(1+i)^{-1}}$.

QUESTION 11 : C'est une autre question concernant l'exercice de la QUESTION 10.
J'ai tout bien compris mais j'ai fait cet exercice avec ma méthode et bien évidemment celle de la page 28 du cours avec les limites, qui est d'ailleurs bien détaillée dans votre cours, et voici alors, comment :

1) $P = S(1+i)^{-1} + S(1+i)^{-2} + S(1+i)^{-3} + \cdots + S(1+i)^{-n}$
$$= S(1+i)^{-1}\,\frac{1-(1+i)^{-n-1}}{1-(1+i)^{-1}}$$
$$= S\,\frac{1-(1+i)^{-n-1}}{(1+i)-1} = S\,\frac{1-(1+i)^{-n-1}}{i}$$
On a, $i>0$ donc $P = \dfrac{S}{i} = \lim\limits_{n+1\to+\infty} S\,\dfrac{1-(1+i)^{-n-1}}{i}$

Ma réponse : Je vous remercie d'avoir posé cette question en postant ces deux images car il est important que je vous explique pourquoi ce que vous avez écrit n'est pas l'écriture correcte d'une réponse exacte à la question même si au final, vous parvenez au résultat exact attendu $P{=}\dfrac{S}{i}$.
En effet, P doit être immédiatement exprimé par une somme infinie car la rente est perpétuelle donc il manque $+\cdots$ à la fin de votre 1ère ligne. Et alors votre 2ème ligne aurait dû ensuite être écrite plus correctement avec lim qd n tend vers l'infini, càd avec $\lim\limits_{n\to\infty}$ devant la formule de la somme des n 1ers termes, écrite correctement avec $1-(1+i)^{-n}$ plutôt que devant la formule de la somme des $n+1$ 1ers termes puisque vous y avez écrit $1-(1+i)^{-n-1}$ qui correspond à $1-(1+i)^{-(n+1)}$.

Toutes vos égalités exprimant S depuis le départ, sans $+$ et ensuite sans avoir écrit lim qd n tend vers l'infini sont donc inexactes.
Seule est donc exacte votre expression de S sur la dernière ligne et pour justifier alors correctement votre réponse exacte, il aurait fallu avant faire suivre, " on a $i>0$ " par " alors la raison $(1+i)^{-1}$ tend vers 0 quand n tend vers l'infini ".
Le bilan de mes remarques sur l'écriture de votre réponse doit donc vous faire adopter celle que j'ai écrite.
En effet, au bout de ma 1ère ligne finissant d'exprimer S avec $+$ comme il se devait, je ne demande pas de passer du temps à faire la présentation du calcul de la limite des n premiers termes de la somme. Il suffit de montrer qu'on a bien identifié la raison $(1+i)^{-1}$ de la série géométrique à calculer et qu'elle inférieure à 1 en valeur absolue car $i>0$. Et on applique donc directement en suivant sur la 2ème ligne, la formule encadrée ds le Cours p.28, d'après laquelle cette série converge alors vers son premier terme dont on voit sur la ligne 1 que c'est $(1+i)^{-1}$ divisé par " 1 moins sa raison " qui est aussi $(1+i)^{-1}$. Puis on simplifie en multipliant numérateur et dénominateur par $(1+i)$ et on arrive très vite au résultat final $P=\dfrac{S}{i}$.
J'espère qu'à travers toutes mes remarques sur l'écriture de votre réponse, vous avez compris pourquoi je vous remerciais de m'avoir posé une telle question. Elle me donne en effet l'occasion de montrer à tous que quand une bonne réponse finale a été précédée par des égalités inexactes, la réponse apportée n'est pas totalement exacte et qu'il faut donc veiller à être rigoureux quand on exprime des égalités mathématiques permettant de répondre à une question.
Sa réponse : On comprend parfaitement grâce aux moyens que vous mettez à notre disposition et vos efforts. J'ai bien compris votre explication, et je vous remercie énormément pour votre réactivité et votre réponse si bien détaillée. Ça m'a beaucoup aidé à mieux comprendre cette partie du chapitre.
QUESTION 12 : Dans le chapitre 1, p.27, ligne 16, vous donnez la formule générale de la valeur actualisée en t (sous l'hypothèse simplificatrice d'un taux d'intérêt annuel constant i) en utilisant le symbole Sigma.
Donc, si $\forall t = 1, ..., T,\ i_t = i$:

$$\forall t = 0, ..., T, \quad V_t(S_0, ..., S_T\ ;\ i) = \sum_{\tau=0}^{T} S_\tau (1+i)^{t-\tau}$$

Les deux formes générales précédentes (Valeurs actualisées en 0 et en T) en utilisant le symbole de la somme étaient parfaitement claires. Ce qui me pose problème dans la dernière, est la présence d'un "T" avec une graphie particulière en indice de la somme. D'ou vient ce τ ? J'ai cherché la fonction et l'origine de ce τ dans la FAQ et dans le cours, sans succès. Pourriez-vous éclairer ce point s'il vous plait ?
Ma réponse : Merci pour votre question car c'est un grand classique !
Ce T à la graphie particulière, c'est la lettre t de l'alphabet grec, en minuscule, qu'on prononce "tau" et qu'on note τ. D'habitude j'emploie la lettre t et pas cette lettre "tau" comme indice courant de date dans une somme Sigma de plusieurs termes indicés par des dates.
Mais ici on ne le peut pas car il y aurait confusion avec la lettre choisie pour désigner la date d'actualisation qui est précisément alors la lettre t.
C'est pour ça qu'il me fallait en employer une autre et c'est celle-là, un t grec noté τ que j'ai choisie pour rappeler que son rôle est encore de désigner une date et d'être donc l'indice courant de date dans le terme général de la somme. Les termes à sommer successivement étant alors tous ceux qui s'écrivent successivement avec pour valeur de la date : τ=0, τ=1, τ=2 jusqu'à $\tau=T$.
QUESTION 13 : A la question 2, de l'exercice I.1.2, quand on calcule par exemple $V_0(C_1; i)$, on a $200 + (200 \cdot 1,02)/(1+i_t) + (200 \cdot 1,02^2)/(1+i_t)^2$ ... etc. Je ne comprends pas à quoi correspond ce $(1+i_t)$ qui divise à chaque fois, et cela renvoie-t-il à la formule du Cours ds le Chapitre 1 page 30, dans l'encadré : $V_0(S; i)=(1+i_t)^{-t}$... ?
Ma réponse : Dans $V_0(C_1; i)$, ce sont $1/(1+i)$, $1/(1+i)^2$, $1/(1+i)^3$,.... (et pas $1/(1+i_t)$ ...) qui apparaissent pour servir successivement à correctement actualiser à taux constant i sur la date 0, ce que coûte à la fin de chaque année, le réabonnement pour une année de plus, sachant que ce coût initial de 200 augmente de 2% par an d'où au numérateur $200 \cdot 1,02$ pour la date 1, $200 \cdot 1.02^2$ pour la date 2 etc.
C'est juste un calcul correct d'actualisation à taux constant i, d'une chronique avec un coût annuel croissant au taux de 2% (ça ne renvoie pas à la formule du Cours Chap 1 page 30, dans l'encadré : $V_0(S; i)=(1+i_t)^{-t}$...)
QUESTION 14 : Cette question concerne le commencement des chroniques entre 0 et 1, par exemple dans l'exercice I.1.2, les chroniques commencent en 0 et dans l'exercice I.1.3 en 1, si j'ai bien compris le chiffre indique la date de paiement du premier terme de la chronique par exemple 0 si j'ai payé la somme à la fin de l'année 0 comme dans le cas d'un abonnement ou 1 dans le cas du salaire que je reçois à la fin du temps 1.

Ma réponse : Un abonnement pour un an sur l'année 1 qui commence en 0 et s'achève en 1 se paie d'avance càd au début de l'année 1 donc en 0 ; le salaire de l'année 1 est par contre versé à la fin de l'année 1 de travail càd à la date 1 (en tps annuel discret) car un salaire n'est pas versé d'avance mais a posteriori.

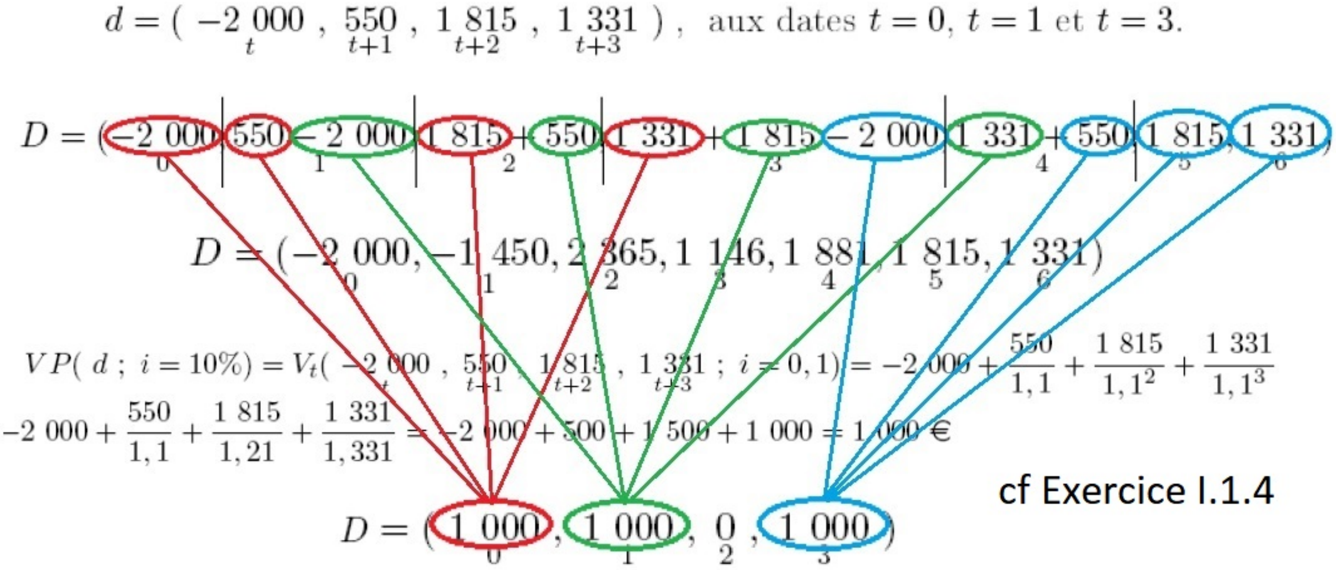
QUESTION 15 : Je ne comprends pas pourquoi dans l'Exercice I.1.4 de TD nous effectuons un calcul en deux étapes alors que nous obtenons le même résultat que quand nous faisons le travail habituel en ayant fait le calcul des trois chroniques c'est-à-dire en actualisant directement D en 0. En d'autres termes je ne comprends pas ou vous voulez en venir avec cette deuxième méthode en deux étapes.

Ma réponse : Le calcul d'actualisation en 2 étapes (avec réécriture équivalente et astucieuse de la chronique en 1ère étape) se justifie lorsque on doit actualiser une chronique qui répète une même sous-chronique à partir de différentes dates car alors il suffit de connaître ou de calculer d'abord la valeur présente de cette sous-chronique pour exprimer très simplement dans une 1ère étape, la chronique à actualiser en y mettant la valeur présente de cette sous-chronique sur chaque date où elle démarre.

Dans l'exercice 4 on peut alors directement écrire la chronique de D avec la valeur présente VP(d) de d, à la date 0, à la date 1 et à la date 3 et il ne reste plus qu'à l'actualiser ainsi écrite sous cette forme très simplifiée dans laquelle la même somme non-nulle VP(d) apparaît sur seulement 3 dates : 0, 1 et 3. Ca répond à votre question ?

Sa réponse : : Merci beaucoup pour votre réponse très complète. J'ai tout compris merci encore.

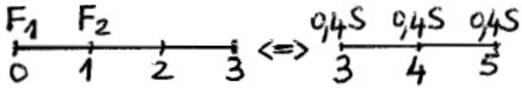
Illustration graphique de la réponse à l'Exercice I.1.4 :



QUESTION 16 : Concernant la réponse écrite donnée à l'exercice suivant :

Dans un contexte, en temps annuel discret, de MFP à taux constant i, un agent veut s'offrir deux ans de vacances en empruntant pour financer la chronique ($\underset{0}{F_1}$, $\underset{1}{F_2}$) des frais de voyage et de séjour qu'il devra alors avancer, au début de chaque année. Il est certain de retrouver un emploi dès la date 2 avec un salaire annuel constant S versé à la fin de chaque année où il consacrera alors chaque fois, 40% de S càd $0{,}4{\cdot}S$ au remboursement de ses emprunts. **En écrivant directement** $(1+i)^{-n}$ pour exprimer $\frac{1}{(1+i)^n}$, exprimer **seulement et directement**, l'équation **à la date 3** dont la résolution **non demandée** permettrait de calculer le salaire S grâce auquel il finira de rembourser ses emprunts au bout de 3 ans d'emploi :

$$F_1 . (1+i)^3 + F_2 . (1+i)^2 = 0{,}4S + 0{,}4S\,(1+i)^{-1} + 0{,}4S\,(1+i)^{-2}$$



je me demandais si ça revient au même de répondre :
$F_1 + F_2 \times (1/1+i) = 0,4S(1/(1+i)^3) + 0,4S(1/(1+i)^4) + 0,4S(1/(1+i)^5)$.

Ma réponse : Votre équation est bien sûr équivalente à l'équation à la date 3 dans le corrigé puisque c'est l'équation à la date 0 que s'en déduit correctement comme vous l'avez fait en divisant l'équation à la date 3 par $(1+i+)^3$. Mais la question posée était d'obtenir l'équation à la date 3 et pas celle à la date 0 ! Alors attention à respecter l'énoncé de la question posée pour lui apporter la réponse attendue, compris ?

Sa réponse : Oui j'ai bien compris, merci.

QUESTION 17 : C'est une autre question concernant l'exercice de la QUESTION 16.
Les sommes F_1 et F_2 vont être versées au début de chaque année donc au début de l'année 0, il paiera F_1, et au début de l'année 1, il paiera F_2. Simultanément, afin d'avancer ces 2 sommes il fera un emprunt au taux d'intérêt annuel i de F_1 en 0 et de F_2 en 1 et sachant que nous cherchons à actualiser sur la date 3, il aura alors à rembourser à la date 3 : $V_3 = F_1(1+i)^3 + F_2(1+i)^2$.
Nous savons que ce monsieur trouvera un travail qui lui permettrait d'avoir un salaire S dès la date 2 (NON, dès la date 3 ! cf Ma réponse) et consacrera 0,4 de son salaire pour payer ses emprunts. C'est justement cette 2ème partie de l'égalité que je n'arrive pas à comprendre. Je vous remercie d'avance !
Ma réponse : On nous a demandé de calculer le S nécessaire en raisonnant à la date 3.
Alors à la date 3, il faudrait qu'on puisse rembourser l'emprunt F_1 de 0 jqà 3 à tx contant i et celui de F_2 de 1 jqà 3 à tx contant i donc être capable de rembourser : $F_1(1+i_e)^3 + F_2(1+i_e)^2$, avec l'équivalent à la date 3 d'une chronique d'épargne sur son salaire S à la fin de chacune de ses 3 premières années de travail, càd avec la valeur actualisée à la date 3 d'une telle chronique.
Celle-ci est alors égale à $0,4S + 0,4S(1+i)^{-1} + 0,4S(1+i)^{-2}$ car attention le salaire S de l'année de travail commencée en 2 est versé en 3 (et pas à la date 2 du début de sa 1ère année de travail comme vous l'avez écrit dans votre question car on ne paie pas le travail d'avance !...) donc la 1ère épargne de 0,4S commence en 3, la 2ème est en 4 et la 3ème qui doit être suffisante pour finir de rembourser les emprunts est à la date 5. Compris ?
Sa réponse : Merci beaucoup monsieur ! C'est parfait.

Foire aux questions FAQ 2 sur le Chapitre 2

QUESTION 1 : Je voulais vous poser la question : est-ce qu'un projet de chronique (a, b, c) est standard si $a \leq 0$, $b \geq 0$ et $c \geq 0$ OU si $a<0$, $b>0$ et $c>0$? Dit autrement, je veux savoir si les inégalités de la définition sont strictes ou pas.

Ma réponse : Dans un projet d'investissement standard ou pas, avec a à la date 0 : $a<0$.
S'il est standard, se termine avec c à la date 2, alors forcément $c>0$ et b à la date 1 peut y être <0 ou $=0$ ou >0.

Sa réponse : D'accord, merci beaucoup.

QUESTION 2 : Sur votre chapitre 2, dans "Liens éventuels entre projets" vous parlez de subordination. Au niveau des formules j'ai du mal à comprendre. Ce que j'ai compris c'est que les r.n. nettes de k' sont négatifs et que les r.n. de k sont inférieurs aux r.n. de k' et k combinés. Mais je n'ai pas compris l'utilité de la subordination, et le lien entre k' et k.
Pourriez vous me clarifier cela avec une autre définition s'il vous plaît ?

Ma réponse : k' est subordonné à k au sens où : quand sur une ou plusieurs dates t, k' fait tout seul, perdre (au sens large) de l'argent, il n'en fait plus perdre et en fait peut-être même gagner si on réalise conjointement k ; c'est exactement ce qu'expriment les deux inégalités mathématiques écrites à ce sujet, avec la recette nette sur une date t de k', de (k et k') et de k. Un petit exemple concret : pour un agriculteur, le projet d'un lac et d'un système d'irrigation paraît subordonné à un projet simultané de développement de ses cultures exigeantes en eau, sans la réalisation duquel il risque bien de ne pas trouver de justification économique càd de lui faire juste perdre de l'argent au lieu de contribuer à pouvoir en gagner plus avec des cultures particulièrement gourmandes en eau l'ayant justifié.

QUESTION 3 : Suite à la lecture du chapitre 2 j'ai une question concernant l'exemple suivant (pp.40-41) :

<u>Exemples</u> : dans un contexte de MFP avec taux constant i=10%, le projet de chronique $x=(\underset{0}{-15\,000}, \underset{1}{-5\,500}, \underset{2}{19\,000}, \underset{3}{26\,655})$ serait, par exemple, autofinancé avec $z=(\underset{0}{15\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{0}, \underset{3}{0})$ car plus aucune r.n. négative dans $x+z=(\underset{0}{0}, \underset{1}{0}, \underset{2}{19\,000}, \underset{3}{26\,655})$.
Mais si $z=(\underset{0}{20\,000}, \underset{1}{0}, \underset{2}{0}, \underset{3}{0})$ il faudra compléter cet autofinancement z par un plan de financement f avec, par exemple, un prêt de 5 000 € de 0 à 1 : $f=(\underset{0}{-5\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{0}, \underset{3}{0})$ car ainsi, plus aucune r.n. négative dans $x+z+f=(\underset{0}{0}, \underset{1}{0}, \underset{2}{19\,000}, \underset{3}{26\,655})$ et on remarque que $V_0(f;i)=V_0(\underset{0}{-5\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{0}, \underset{3}{0}; i{=}0,1)=0$.
Enfin, sans autofinancement z, il faudra financer par un plan de financement f avec, par exemple, un emprunt de 15 000 € de 0 à 2 et un autre emprunt de 5 500 € de 1 à 3, càd par un plan :

©M-B Bouissou - *Microéconomie 3 (1ère partie), L2S3, TSE-UT1Capitole 2020/21* 34

$f=(\underset{0}{15\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{-15\,000 \times 1,21}, \underset{3}{-5\,500 \times 1,21})$
$=(\underset{0}{15\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{-18\,150}, \underset{3}{-6\,655})$ car ainsi, plus aucune r.n. négative dans $x+f=(\underset{0}{0}, \underset{1}{0}, \underset{2}{850}, \underset{3}{20\,000})$ et on remarque encore ici, que
$V_0(f;i)=V_0(\underset{0}{15\,000}, \underset{1}{5\,500}, \underset{2}{-18\,150}, \underset{3}{-6\,655}; i{=}0,1)=0$.

Imaginons que le choix du plan de financement f (effectué en l'absence d'autofinancement), engendre, via le coût de remboursement des emprunts aux dates 0 et 1 qu'il nécessite de faire, une somme négative sur les dates 2 et 3 (de la chronique $x+f$), le projet serait-il alors impossible à réaliser ?

Ma réponse : La recherche d'un plan de financement f qui pourrait rendre un projet de chronique x financièrement réalisable sans besoin d'autofinancement doit respecter la logique suivante : il faut toujours y faire durer les emprunts réalisés aux dates où apparaissent des recettes nettes négatives à financer, jusqu'à des dates de la chronique x où il y a des recettes nettes positives qui pourraient permettre de les rembourser. Si en cherchant bien à faire cela, les recettes nettes positives existant dans la chronique ne permettent toutefois pas de couvrir le remboursement de ces emprunts, le projet ne sera pas financièrement réalisable dans le contexte des marchés financiers (MF) où on a pu faire ces emprunts. Si elles couvrent exactement, càd ni plus ni moins, le remboursement de ces emprunts, le projet est bien financièrement réalisable dans le contexte des MF où on a emprunté mais il ne rapportera rien, càd ne créera aucune richesse de plus que celle permettant juste de rembourser les emprunts nécessaires pour le rendre réalisable et il n'y aura donc aucun intérêt économique à le réaliser ; il ne ferait alors rien de plus que de permettre de déplacer les dettes d'investissement qu'il engendre, vers des dates où sa réalisation permettrait juste alors de les rembourser. Enfin, comme c'est le cas dans cet exemple, si on trouve un plan f pour financer la chronique du projet x qui aboutit à une chronique y de résultats du projet financé par ce plan de financement f où sur toutes les dates de y, le résultat est positif ou nul et strictement positif sur au moins une date, ça veut dire que le projet est non seulement financièrement réalisable mais qu'il est vraiment rentable car il permet de créer de la richesse en plus de celle nécessaire à son strict financement, et qu'il faut donc le réaliser pour bénéficier de ce gain économique. Compris ?

Sa réponse : Oui c'est tout à fait clair, merci beaucoup pour votre réponse si détaillée !

QUESTION 4 : Suite à la lecture du chapitre 2, certains points restent incompris : p.42 concernant le PPCM, pour le projet A qui dure 2 ans tandis que le projet B dure 3 ans, faut comparer les résultats sur 6 années car 6=PPCM(2,"à , je comprends que le projet A de durée de 2 ans se répète " fois mais pourquoi le projet B de durée 3 ne se répètera que 2 fois et non 4 fois.

Ma réponse : *(Je crois comprendre la question malgré ce que vous avez tapé :* 6=PPCM(2,"à , *puis* se répète " fois.*)* Durée d'un projet A=**2** ans, durée d'un projet B=**3** ans et PPCM(**2**,**3**)=6 ans car 2x**2**=4, 3x**2**=6 et 2x**3**=6. Donc sur 6 ans on enchaînera successivement 3 projets A qui dureront chacun 2 ans et 2 projets B qui dureront chacun 3 ans. A la date 0, un premier projet A et un premier projet B commencent ; à la date 6, le 3ème projet A s'arrête et le second projet B aussi. La comparaison sur une durée de 6 ans est donc équitable car au bout des 6 ans, malgré les durées différentes des 2 projets, leurs répétitions successives s'arrêtent simultanément.

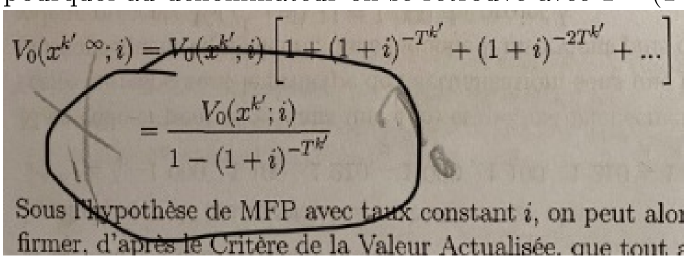
QUESTION 5 : Sur la page 43, dans "preuve du troisième résultat à connaitre" : pourquoi est-ce que l'on actualise en 0, de sorte à obtenir $V_0(x^k;i)$ et ensuite $V_0(x^{k\ \infty};i)$, et non pas sur la date choisie qui correspond au PPCM, comme explicité dans l'exemple page 42 où l'on avait deux projets A et B, qui avaient respectivement une durée de 2 et 3 années, et alors on choisissait d'actualiser les deux sur 6, 6 étant le PPCM de ces projets, entre lesquels l'agent doit choisir.

Ma réponse : Inattention à la lecture : on actualise les chroniques **respectivement décrites sur une même période de durée égale au PCCM des projets** et bien sûr, sur une même date d'actualisation, en général à la date 0 de début de ces chroniques et pas nécessairement sur une date égale à la valeur du PPCM. Vous avez confondu durée commune des chroniques à actualiser qui doit être égale au PPCM des durées des projets avec date d'actualisation de ces chroniques.

Sa réponse : D'accord je comprends mieux, le PPCM est la durée sur laquelle on actualise les chroniques respective car les comparer sur cet horizon de temps simplifie la comparaison sur une durée infinie car c'est équivalent. Mais le PPCM n'est pas nécessairement la date d'actualisation des chroniques et sous-chroniques car cette date est souvent 0 ou une autre que le PCCM. C'est ça ?

Ma réponse : TB, c'est exactement ça.

QUESTION 6 : Je ne comprends pas bien un calcul dans la preuve du troisième résultat à connaître p.44. Je vous ai entouré ci-dessous la formule que je ne comprends pas : en réalité, je ne comprends juste pas pourquoi au dénominateur on se retrouve avec $1-(1+i)^{-T^{k'}}$.


$$V_0(x^{k'\,\infty};i) = V_0(x^{k'};i)\left[1+(1+i)^{-T^{k'}}+(1+i)^{-2T^{k'}}+\dots\right]$$
$$= \frac{V_0(x^{k'};i)}{1-(1+i)^{-T^{k'}}}$$
Sous l'hypothèse de MFP avec taux constant i, on peut alo
firmer, d'après le Critère de la Valeur Actualisée, que tout

Cette incompréhension me bloque légèrement dans la compréhension des calculs au fil des pages.

Ma réponse : Entre crochets, c'est la série géométrique de 1er terme a=1 et de raison égale q=$(1+i)^{-T^{k'}}$, n'est-ce pas ? Car $(1+i)^{-2T^{k'}}$=$(1+i)^{-T^{k'}}(1+i)^{-T^{k'}}$ etc. Or $|q|$=$\dfrac{1}{(1+i)^{T^{k'}}}$<1 pour tout i>0 donc la série entre crochets converge vers $\dfrac{1}{1-q}$=$\dfrac{1}{1-(1+i)^{-T^{k'}}}$.

Sa réponse : C'est un peu plus clair. Merci encore.

QUESTION 7 : Je vous écris car après avoir relu plusieurs fois cette partie du chapitre 2, je n'arrive pas encore à comprendre un terme : c'est dans la page 45, ligne 6 quand vous montrez la chronique des valeurs présentes du projet k ; je ne comprends pas pourquoi le dernier terme est à la date $(a-1)T^k$ et pas à la date aT^k.

Ma réponse : Pendant $T{=}aT^k$ années, on va successivement enchaîner a projets k qui durent chacun T^k années. Alors, le 1er démarre à la date 0 et s'achève à la date T^k donc on aura la valeur présente à taux constant i, $V_0(x^k;i)$, de ce 1er projet k à la date 0 où il a démarré ;
le 2ème démarrera à la date T^k et s'achèvera T^k années après, càd à la date $2T^k$ donc on aura la valeur présente $V_0(x^k;i)$ de ce 2ème projet k à la date T^k où il a démarré ;
le dernier càd le a-ième démarrera à la date $(a-1)T^k$, càd au bout des $(a-1)T^k$ années écoulées pour les $(a-1)$ précédents projets k et s'achèvera T^k années après, càd à la date aT^k donc on aura la valeur présente $V_0(x^k;i)$ de ce a-ième projet k à la date $(a-1)T^k$ où il a démarré.

QUESTION 8 : C'est une question sur le Chapitre 2 p.48, et je vous mets la photo de cette page au-dessous.

Or $PPCM(T^k, T^{k'}) = PPCM(2,3) = 6$:

la chronique des répétitions successives de 3 projets k (de 2 ans) sur ces 6 années, seulement, peut être astucieusement réécrite, sous la forme équivalente suivante, dans laquelle n'intervient plus que la valeur présente $V_0(x^k; i{=}0,1) = 1\ 000$ du projet k :

$$x^{3k} = (\ \underset{0}{V_0(x^k;i{=}0,1)}\ ,\ \underset{2}{V_0(x^k;i{=}0,1)}\ ,\ \underset{4}{V_0(x^k;i{=}0,1)}\ )$$

$$= (\ \underset{0}{1\ 000}\ ,\ \underset{2}{1\ 000}\ ,\ \underset{4}{1\ 000}\ ),$$

pourquoi c'est pas $1000\left(\frac{1-1{,}1^{-6}}{1-1{,}1^{-2}}\right)$?

d'où :

$$V_0(x^{3k}; i{=}0,1) = 1\ 000\left(1 + 1,1^{-2} + 1,1^{-4}\right)$$

???

$$= 1\ 000\ \frac{1-\left(1,1^{-2}\right)^3}{1-1,1^{-2}} = \left(1-1,1^{-6}\right)\ \frac{1\ 000}{1-1,1^{-2}}$$

$$= \left(1-1,1^{-6}\right)\ V_0(x^{k\ \infty}; i{=}0,1)$$

Je n'ai pas bien compris les calculs des dernières lignes. Je ne comprends pas pourquoi on n'utilise pas la formule de la suite géométrique. Pouvez-vous m'expliquer un peu ? Je vous remercie.

Ma réponse : On utilise correctement la formule ; il y a 3 termes dans la somme, pas 2.
Donc $1-q^n$ c'est ici $[1-(1+i)^{-2}]^3$ et pas $[1-(1+i)^{-2}]^2$ donc c'est $1-(1+i)^{-6}$ et pas $1-(1+i)^{-4}$.
OK, soyez plus attentif qd vous appliquez la formule !

Sa réponse : Excusez-moi je me suis trompé avec la formule de la suite géométrique. Maintenant je comprends. Oui c'est clair. Merci beaucoup pour votre réponse.

QUESTION 9 : Je viens de finir de lire attentivement le chapitre 2 que j'ai bien compris, seules quelques interrogations persistent :
1 : pour le troisième résultat du critère de la valeur actualisée (2.4) : Puisqu'une comparaison sur horizon fini aboutit à la même conclusion que celle sur horizon infini, laquelle de ces 2 comparaisons est à privilégier (en TD, DS) ? (personnellement je préfère celle sur horizon infini car elle demande moins de calcul, en effet celle sur horizon fini nécessite d'avoir calculé au préalable V0(x exp(k infini) ; i) et Vo (x exp(k' infini) ; i))
2 : Nous avons vu que la valeur actualisée dépend de la date où l'on actualise. Par conséquent est-ce que le choix entre différents projets d'investissement peut-être modifié selon la date d'actualisation ?

Ma réponse au 1 : Dans un contexte de MFP à taux annuel constant i, une comparaison des répétitions de chaque projet sur horizon fini égal au PPCM des durées des projets, aboutit à la même conclusion que celle de leurs répétitions sur horizon infini ; et la comparaison à privilégier en TD, DS ou Examen, sera liée au contexte de la question posée et assez souvent alors, la première. Je corrige la fin de votre propos en disant que les 2 types de comparaisons nécessitent juste pour la finalisation des calculs, la connaissance de la valeur présente de chaque projet, càd de la valeur actualisée de chaque projet sur sa date de début et la connaissance des formules de calcul des sommes d'un nombre (fini pour le premier type, et infini pour le second type) de termes de progression géométrique de premier terme égal à 1 et de raison égale à $(1+i)^{(-\ le\ nbre\ d'annees\ d'un\ projet)}$.

Ma réponse au 2 : La réponse est que "le choix n'est pas modifié" et elle s'appuie sur tous les explications de la p.30. du Cours. En effet, dans un contexte de MFP à taux annuel constant ou à taux annuels différents, lorsqu'on change la date d'actualisation pour toutes les chroniques à comparer, on change leurs valeurs actualisées respectives d'une même façon qui ne va pas modifier leur classement donc le choix reste le même : si on actualise sur une nouvelle date qui est postérieure (resp. antérieure), elles seront alors toutes multipliées (resp. divisées) par les mêmes facteurs positifs du type "un plus le taux annuel (>0)" pour chaque année qui sépare l'ancienne date d'actualisation, de la nouvelle.

QUESTION 10 : J'ai une question à propos des questions 1 et 1 bis du QCM 2; nous avons vu en Cours, la méthode qui nous permet à partir d'une écriture astucieuse de la chronique : le fait qu'on pouvait réécrire la chronique d'un projet à partir de la valeur actualisé en 0 à chaque date où le sous-projet se répétait; on pouvait ensuite faire le calcul de la valeur actualisée du projet grâce à la somme des n premiers termes d'une progression géométrique; j'ai fait cela dans les questions 1 et 1 bis mais sans trouver le bon résultat.

J'ai fait les calculs suivants :

1) $V_0^a \cdot \dfrac{1-1.1^{-4}}{1-1.1^{-2}} = V_0^a \cdot \dfrac{1,1^2(1-1.1^{-4})}{1,1^2(1-1.1^{-2})} = V_0^a \cdot \dfrac{1,1^2-1,1^{-2}}{1,21}$

1 bis) : par le même développement, $V_0^a \cdot \dfrac{1-1.1^{-6}}{1-1.1^{-3}} = V_0^a \cdot \dfrac{1,1^3(1-1.1^{-6})}{1,1^3(1-1.1^{-3})} = V_0^a \cdot \dfrac{1,1^3-1,1^{-3}}{1,331}$

Je n'arrive pas à voir mes erreurs, merci de bien vouloir m'aider.

Ma réponse : Il y a erreur de calcul au dénominateur dans la dernière égalité en 1) et 1 bis) :

$1,1^2(1-1.1^{-2}=1,1^2-1.1^0=1,21-1=$0,21 et pas 1,21

$1,1^3(1-1.1^{-3}=1,1^3-1.1^0=1,331-1=$0,331 et pas 1,331

et il resterait ensuite à finir de calculer sans erreur pour simplifier le résultat.

Mais surtout, pourquoi passer par la formule du calcul de la somme de 2 termes d'une progression géométrique, visiblement pas simple à conclure ?!...

En effet, d'après l'énoncé, le projet B sur 4 ans consiste en un 1er projet A sur 2 ans puis un second sur les 2 années suivantes donc la chronique de B peut être décrite comme V^A à la date 0 et V^A à la date 2 dont la valeur présente, càd au démarrage de B en 0, à taux annuel i=0,1, est alors égale à :

$$V^A + \frac{V^A}{1,1^2} = V^A\left(1+\frac{1}{1,21}\right) = V^A\frac{1,21+1}{1,21} = \frac{2,21}{1,21}V^A$$

Si vous avez maintenant compris cette réponse à la Question 1, entraînez-vous à bien répondre à 1 bis, suivant le même raisonnement et tenez-moi au courant.

Sa réponse : Merci beaucoup, c'est beaucoup plus clair, il ne fallait donc pas faire une somme de série géométrique et jouer juste sur les puissances.

QUESTION 11 : J'ai du mal à comprendre le raisonnement qu'il faut tenir pour arriver à la réponse de la question 1 du QCM2 qui est $\dfrac{2,21}{1,21}V^A$, pouvez-vous me l'expliquer ?

Ma réponse : C'est la même qu'à la Question 5; le raisonnement le plus direct est bien celui-ci : d'après l'énoncé, le projet B sur 4 ans consiste en un 1er projet A sur 2 ans puis un second sur les 2 années suivantes donc la chronique de B peut être décrite comme V^A à la date 0 et V^A à la date 2 dont la valeur présente, càd au démarrage de B en 0, à taux annuel i=0,1, est alors égale à :

$$V^A + \frac{V^A}{1,1^2} = V^A\left(1+\frac{1}{1,21}\right) = V^A\frac{1,21+1}{1,21} = \frac{2,21}{1,21}V^A$$

QUESTION 12 : Pourriez-vous m'éclairer au niveau de la réponse à la question 2 du QCM 2, s'il vous plait ? Je n'arrive pas à trouver l'intuition que l'on doit avoir pour la trouver, pourtant cela me semble logique quand je la vois mais je n'arrive pas à trouver les mots exacts pour expliquer la réponse.

Ma réponse : La rentabilité de B qui dure 2 ans se compare équitablement à celle de A qui dure 4 ans, en réalisant successivement 2 projets B sur 4 ans. Actualisé en 0, A rapporte V^A et 2 B successifs rapportent $\dfrac{2,21}{1,21)} \cdot V^B$ (comme avec les 2 A successifs à la Question 1).

Ainsi A rapporte au moins 2 fois plus que B d'après la comparaison équitable à faire sur 4 ans, ssi $V^A \geq 2 \cdot \dfrac{2,21}{1,21)} \cdot V^B$.

Sa réponse : D'accord, j'ai bien compris merci beaucoup.

QUESTION 13 : Mon interrogation est liée à l'Exercice 06 dans AnnalesCorr Part2 Chap-2. Je n'y comprends pas le sens de l'inégalité.

Ma réponse : α est strictement plus rentable que β si et seulement si la valeur présente de la succession des projets A, B et C sur 10 années est strictement supérieure à la valeur présente de la succession des projets C, B et A sur 10 années.

Sa réponse : Merci beaucoup pour votre réponse.

QUESTION 14 : J'ai beau relire et relire la Section 2.5 du Chapitre 2 je ne comprends pas la page 50 : par quel moyen pouvons nous conclure que le TRI est une racine réelle de i>-1 ; pourquoi une racine ? ; pourquoi la valeur -1 ? ; pourquoi la valeur VF se présente sous la forme d'un polynôme ? J'espère ne pas avoir loupé une étape de compréhension car je n'arrive vraiment pas à comprendre les lignes 6 à 20 de la page 50.

Ma réponse : En mathématiques, la racine d'un polynôme $P(x)$ de degré n en une variable x, est une valeur de la variable x par exemple $x = a$ telle que $P(a) = 0$. C'est donc une solution en x de l'annulation de ce polynôme. Exemple : $P(x) = ax^2 + bx + c$ est un polynôme en x de degré 2 et les racines en x de ce polynôme sont les solutions en x de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ et on a appris en Math que quand $b^2 - 4ac > 0$, $x = \left(-b + ou - \sqrt{b^2 - 4ac}\right)/2a$ donc ce polynôme a 2 racines réelles distinctes, quand $b^2 - 4ac = 0$, $x = -b/2a$ donc ce polynôme a une racine réelle (dite double) et quand $b^2 - 4ac < 0$, $x = \left(-b + ou - \imath \cdot \sqrt{|b^2 - 4ac|}\right)/2a$ donc ce polynôme a 2 racines complexes conjuguées.

Un TRI d'un projet de chronique x sur T années c'est une valeur de i (> -1 par définition d'un taux d'intérêt cf p.8 du Cours) telle que notamment $V_T(x;i) = 0$.

Or $V_T(x;i)$ est un polynôme de degré T en $(1+i)$:

$x_0(1+i)^T + x_1(1+i)^{T-1} + ... + x_{T-1}(1+i) + x_T$

dont peut chercher et trouver les racines en $(1+i)$

mais si on va calculer dans cette expression : $(1+i)^T$ puis $(1+i)^(T-1)$ etc.

on peut le réécrire comme un polynôme de degré T en i dont peut chercher et trouver les racines en i et s'il a une ou plusieurs racines en $i > -1$, le projet a alors un ou plusieurs TRI.

Comme quand $i > -1$ alors $1 + i > 0$, on peut aussi dire que le projet a un ou plusieurs TRI ssi le polynôme de degré T en $(1+i)$ qui découle directement de l'écriture de $V_T(x;i) = 0$ a donc une ou plusieurs racines en $(1+i) > 0$.

Est-ce que ça va mieux après avoir lu ça quand vous allez relire la p.50 ?

Je crois savoir que les cours de Math sur la solution des équations polynomiales ont en général été peu étudiés par les bacheliers ES mais je ne sais pas si c'est votre cas.

Il faut notamment savoir qu'on apprend dans ces cours qu'un polynôme de degré n en x peut avoir jusqu'à n racines réelles distinctes en x mais qu'il peut aussi en avoir bien moins que n voir aucune.

Exemple : $ax^2 + bx + c$ a 2 racines réelles distinctes ssi $b^2 - 4ac > 0$, a une seule racine réelle (dite alors, double) ssi $b^2 - 4ac = 0$ et aucune racine réelle mais 2 racines complexes conjuguées ssi $b^2 - 4ac < 0$.

Sa réponse : Ayant lu avec assiduité votre réponse (merci pour le temps que vous avez pris à m'expliquer), plus le cours auquel j'ai assisté, j'ai pu comprendre le TRI et tout les concepts mathématiques qu'il y avait derrière, merci encore

QUESTION 15 : En retravaillant le TRI une nouvelle question m'est venue. Je pense avoir bien compris : Le TRI est un taux d'intérêt annuel qui permet d'obtenir, lors de l'actualisation, une valeur actualisée = 0. Un projet standard ne peut avoir qu'un TRI car sa limite en -1 est +infini (en effet 1+i tend vers 0 donc $1/(1+i)$ tend vers +infini) et sa limite en +infini est x_0<0 (en effet $1/(1+i)$ tend vers 0 donc $x_t \cdot 0$=0 et il ne reste plus que x_0 qui n'est pas multiplié par $1/(1+i)$ car on actualise en 0), donc pour passer d'une image en +infini à x_0<0 la courbe doit passer 1 fois par $V_0(x;i)$=0 tel que i=TRI et il ne peut pas avoir d'autres TRI sinon il faudrait rechanger de signe (ex : +,-,+,-) (ce qui à priori n'est pas possible avec un projet standard).

Voilà, mais tout bêtement je ne comprends pas quel est l'impact du projet STANDARD $(-, ..., -, +, ..., +)$, j'imagine que c'est au niveau des signes ? Pourquoi cette condition de standard ? (sachant qu'il me semble comprendre la suite du raisonnement). Mais il me manque juste à voir en quoi un projet standard est une condition nécessaire (est-ce que ça permet d'assurer la décroissance de $V_0(i)$ entre une limite +infini en -1 et une limite x_0 en +infini ?).

Ma réponse : Pour " voir " que le type standard d'un projet est une CNS pour que sa courbe de $V_0(i)$ soit continument décroissante, càd traverse une seule fois l'axe i des abscisses, et qu'il n'ait donc qu'un seul TRI, il faut juste être attentif à ceci : je dis (en ayant renoncé à vous donner à " voir " la démonstration mathématique d'une page qui le prouve et c'est bien sûr en se servant alors astucieusement de la structure de signes particulière d'un projet standard qu'on y arrive) qu'on sait démontrer que sa valeur présente à taux constant i est toujours une fonction strictement décroissante de i lorsqu'elle est positive ou nulle, ce qui permet ensuite en se servant de ce résultat de finir de prouver par l'absurde qu'elle ne traversera bien qu'une seule fois l'axe i des abscisses, et qu'un projet standard n'a toujours qu'un seul TRI.

QUESTION 16 : Dans le QCM 2 du Chapitre 2, je n'arrive pas à trouver la technique pour répondre à la question 6.

Ma réponse : Relire la première moitié de la p.50 du Cours très attentivement pour quand même essayer de comprendre qu'il faut alors poser le calcul de $V_2(\ x\ ;\ i = TRI = 0,1)$=0 puis résoudre cette équation qui a pour inconnue x_2 pour trouver x_2=−1,21.

QUESTION 17 : Je n'arrive pas à trouver pour la question 6, comment à partir d'une chronique et du TRI donné (10%) pouvons-nous trouver une valeur manquante dans la chronique ? J'ai essayé d'égaliser à 0 mais je ne trouve pas du tout le bon résultat, je ne comprends pas comment on peu s'y prendre.

Ma réponse : Il manque la valeur x_2 dans la chronique du projet. Le TRI du projet est 10% ; on peut donc calculer la Valeur Finale du projet actualisée au taux i=10% et écrire qu'elle est égale à 0 car son TRI est 10%. Et il ne reste ainsi qu'à correctement calculer pour résoudre cette équation en x_2 pour trouver cette valeur.

Sa réponse : J'ai trouvé ! J'actualisais sur une mauvaise date, merci beaucoup de votre aide !

QUESTION 18 : J'ai juste deux petites questions en vue de vos DS et Examen.

Comme on n'y a pas droit à la calculatrice, j'ai appris le résultat de 1,1 au carré et 1,1 au cube.

Mais pour ce style d'exercice,

2 **Poser directement** l'équation **la plus simple** à résoudre **pour trouver** la valeur de x_2 d'après laquelle le TRI d'un projet d'investissement de chronique x=($\underset{0}{-100}$, $\underset{1}{220}$, x_2) est égal à 10% :

$-100 \times \underset{\text{ou } 1{,}21}{1{,}1^2} + 220 \times 1{,}1 + x_2 = 0 \iff -121 + 242 + x_2 = 0$

$\iff x_2 = 121 - 242 = -121$

Sans plus de calcul, **peut-on conclure** sur la rentabilité du projet dans un contexte de MFP avec taux annuel constant i<10% **et pourquoi ?** NON car ce projet n'est pas standard
ou NON car $x_2 < 0$

je dois savoir calculer une multiplication d'un réel par 1,1 et 1,21 ? Car cela ne me vient pas automatiquement et si je ne sais pas faire de tête ce calcul, je ne peux pas trouver le signe de x_2 et donc conclure pour la deuxième question, si je ne trouve pas ce résultat je ne peux pas conclure. (Ce problème revient plusieurs fois dans les exercices d'annales).

Ma réponse : Restons sérieux SVP ! Vous ne savez donc pas multiplier 1,21 par 100, ni multiplier 220 par 1,1 soit 220 plus 22(=10% de 220) càd 242 **? !...**

QUESTION 19 (relative à l'exercice évoqué au-dessus dans la Question 18) : J'ai rencontré un problème concernant cet exercice où il est demandé de trouver x_2 comme à la Question 6 bis du QCM 2 sur le Chapitre 2. Il s'agit de la même chronique non standard sur 3 dates, avec x_2 négatif. Le corrigé de la Question 6 bis nous informe que l'on peut, lorsque i inférieur au TRI, conclure en raison de la spécificité de cette chronique que sa valeur actualisé est toujours inférieur à 0. Sous cette même hypothèse de i inférieur au TRI, on nous demande dans l'exercice si on peut conclure sur sa rentabilité. On nous dit alors dans le corrigé que non. Pourtant on sait que sa valeur actualisée sera toujours inférieure à 0 en raison de sa spécificité surtout quand i est inférieur au TRI. Pourquoi ne peut-on pas conclure sur sa rentabilité ? Je sais que dans la plupart des cas le TRI ne permet pas de savoir si c'est le cas ou non. Mais dans ce cas, ce projet non-standard n'ayant qu'un seul TRI et sa valeur actualisée n'étant jamais strictement positive, il ne sera jamais rentable. Alors pourquoi ne peut-on pas conclure ?

Ma réponse : Après avoir juste calculé que x_2=−121 est donc négatif, la question posée dans cet exercice est alors " Sans plus de calcul, peut-on conclure sur la rentabilité du projet dans un contexte de MFP avec taux annuel constant $i < 10\%$? " et comme on sait avec x_2 négatif que le projet n'est pas standard et qu'en pareil cas pour conclure il faudrait étudier le signe de sa valeur actualisée au taux $i < 10\%$, la réponse est NON car il n'est pas standard. En effet, **pour répondre OUI** car ce type de projet-là comme on l'a montré en Cours n'est jamais rentable, **il faudrait en effet avoir en plus calculé** que $220^2 - 4(-100)(-121)$=0, n'est-ce pas ?

Sa réponse : Merci Monsieur. Je vois maintenant. La question porte donc sur la conclusion ou non, sans plus de calcul, de la rentabilité de la chronique. Et vu qu'elle n'est pas standard, on ne peut pas conclure sans plus de démonstration. En effet, pour prouver qu'il n'a qu'un TRI et n'est jamais rentable, j'aurais eu à montrer en plus que $200^2 - 4(-100)(-121)$=0.

Foire aux questions FAQ 3 sur le Chapitre 3

QUESTION 1 : Dans le cours, vous définissez le $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1)$. Je me demandais s'il était possible (et si il était pertinent de le faire) de calculer $TMS_{0 \text{ à } 1}(C_0, C_1)$? Si oui, suffit-il d'inverser la formule pour le $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1)$? J'ai peur de me retrouver pris au dépourvu s'il nous était demandé de calculer un tel taux en DS.

Ma réponse : Comme on a supposé dans le Cours p.59 que $U(C_0, C_1)$ est une fonction continue de C_0 et de C_1 et que ses dérivées partielles sont aussi des fonctions continues de C_0 et de C_1, OUI le $TMS_{0 \text{ à } 1}(C_0, C_1)$ est bien l'inverse de $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1)$.

Pour mémoire, comme $f(x_1, x_2){=}y$ avait aussi ces propriétés de continuité et de dérivabilité partielle dans l'exercice 2 de mon document "A savoir sur le TMST", on avait pu alors logiquement calculer $TMST_{1 \text{ à } 2}(x_1, x_2)$ comme l'inverse de $TMST_{2 \text{ à } 1}(x_1, x_2)$.

Sa réponse : Je vous remercie, c'est à présent bien plus clair.

QUESTION 2 : Je ne comprends pas pourquoi lorsque le TMS 1à0 sup à 1 signifie que l'agent a une préférence pour le présent et inversement.

Ma réponse : "Lorsque le TMS 1à0 est supérieur à 1, cela signifie que l'agent a une préférence pour le présent" car pour renoncer à dépenser 1 à la date 0, il exige en remplacement plus de 1 à dépenser à la date 1. Ça veut dire que 1 dépensé à la date 1, le satisferait moins que 1 dépensé à la date 0 et qu'il accorde donc plus de valeur à la consommation présente qu'à la consommation future : il exprime donc ainsi sa préférence pour la consommation présente. Et cette préférence se traduit par le fait qu'il exige 0,1 en plus de 1 à la date 1, ce qui représente un taux d'intérêt de 10% pour le compenser du coût psychologique que lui impose le report de consommation, soit un taux d'intérêt dit "psychologique" de 10%.

Mais si le TMS 1à0 est compris entre 0 et 1, par exemple égal à 0,8 ça veut dire que pour renoncer à dépenser 1 à la date 0, il exige en remplacement moins de 1 à dépenser à la date 1 car 1 dépensé à la date 1, le satisferait plus que 1 dépensé à la date 0 ; il accorde donc plus de valeur à la consommation future qu'à la consommation présente et exprime ainsi sa préférence pour la consommation future. Et cette préférence se traduit par le fait qu'il accepte de payer 0,2 pour reporter 1 de consommation de la date 0 vers la date 1 ce qui représente un taux d'intérêt " psychologique " négatif de 20%.

Sa réponse : C'est parfait. Merci beaucoup !

QUESTION 3 : Je voulais vous poser quelques questions pour être sûr, s'il vous plait ?

1) Qu'est-ce que l'on entend par axiome de non saturation ? Est-ce que c'est le fait que le consommateur est contraint par son budget $R{=}(R_0, R_1)$ et que si cette contrainte était libérée, alors il pourrait consommer plus donc son utilité (satisfaction) augmenterait ?

2) Est ce que si $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1){=}3$, cela veut dire que l'agent acceptera de substituer 1€ de conso à la date 0 seulement contre 3€ de conso à la date 1, d'où le fait qu'il exprime une PPP. Inversement, si $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1){=}0{,}7$, cela veut dire qu'il acceptera de substituer 1€ de conso à la date 0 contre 0,7€ de conso à la date 1, d'où le fait qu'il exprime une PPF.

Ma réponse :

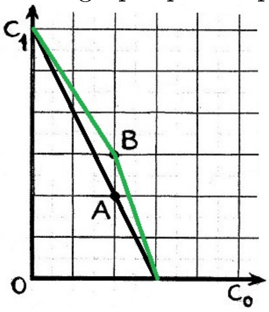
1) Qu'est-ce que l'on entend par axiome de non saturation ? La non-saturation de l'agent signifie que sa satisfaction augmente toujours dès qu'il consomme plus sur l'une ou l'autre date ou les deux.

2) Si $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1){=}3$, cela veut dire que l'agent acceptera de substituer au taux de 3€ de conso à la date 1 (en plus) contre 1€ de conso à la date 0 (en moins), d'où le fait qu'il exprime une PPP. (cf Question 2).fhh<w<qV Inversement, si $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1){=}0{,}7$, cela veut dire qu'il acceptera de substituer au taux de 0,7€ de conso à la date 1 (en plus) contre 1€ de conso à la date 0 (en moins), d'où le fait qu'il exprime une PPF. (cf Question 2).

QUESTION 4 : J'aimerais vous demander quelque chose que je n'ai pas très bien compris, au Chapitre 3 de la Première Partie du Cours, p.61 où il y a un tableau qui détaille les différentes interprétations des différentes valeurs possibles $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1)$. Dans ce tableau il est dit que pour $TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1) > 1$ et $i_{0,1}(C_0, C_1) > 0$, l'agent exigera plus d'1€ de consommation en 1 pour renoncer à 1€ de consommation en 0, et que donc il exige une préférence pour le présent. Je ne comprends pas pourquoi il exige de la préférence pour le présent alors qu'il substitue de la consommation en 0 dans le présent pour en avoir plus en 1 dans le futur. Du coup pour le 3ème cas du tableau : $0 < TMS_{1 \text{ à } 0}(C_0, C_1) < 1$ et $-1 < i_{0,1}(C_0, C_1) < 0$, je me pose la même question. Pouvez-vous m'aider svp ?

Ma réponse : Il ne faut pas dire "qu'il exige une préférence pour le présent" mais "qu'il exprime de la préférence pour le présent" car il exige plus de 1€ de consommation future pour le compenser d'1 € de consommation présente en moins et inversement, "qu'il exprime de la préférence pour le futur" car il exige

plus de 1€ de consommation présente pour le compenser d'1€ de consommation future en moins. En complément de cette réponse, je vous invite à lire aussi ma réponse à la Question 2 et de me dire si vous avez finalement bien compris.
Sa réponse : Du coup je suis allé voir la Question 2 où vous expliquez la réponse à mon problème et j'ai donc bien compris. Merci beaucoup.
QUESTION 5 : Suite à la lecture du chapitre 3, j'ai deux questions concernant la section 3.3 :
1) On précise au début de celle-ci que les projets d'investissements que l'on va considérer sont incompatibles, si ce n'était pas le cas, faudrait-il alors simplement prendre en compte toutes les combinaisons de projets possibles ou serait-il impossible de raisonner comme on le fait ici ?
N'étant pas sur de la clarté de ma question, je précise que quand je dis " prendre en compte toutes les combinaisons de projets possibles ", je veux dire que par exemple, dans le cas où l'on aurait un projet k et un projet k', au lieu d'avoir 3 courbes de CBIS : " aucun projet ", " projet k " et " projet k' ", on aurait 4 courbes : " aucun projet ", " projet k ", " projet k' " et " projets k et k' ".
2) La comparaison des représentations graphiques des différentes CBIS possibles revient-elle bien à la comparaison des différentes valeurs actualisées en 0 possibles ? (il me semble que c'est bien ce que dit la fin de cette section).
Ma réponse : Merci de travailler M3 QCM 3 et M3 corrigé QCM-3 que j'ai postés pour compléter la lecture du Chapitre 3 car ça va peut-être répondre à vos questions. Merci alors de me dire si c'est le cas ou de me dire qu'il me faut malgré ça, vous répondre au 1) et/ou 2). Dans l'attente, bien cordialement.
Sa réponse : Bien que le travail du QCM3 ait en effet répondu à ma seconde question, je ne suis toujours pas parvenu à trouver de réponse à la 1), pourriez-vous donc y répondre s'il vous plait ? Merci d'avance, cordialement.
Ma réponse : OK. Pour la 2), je rappelle donc : quand la CBIS de pente $-(1+i)$ articulée autour de $R+x$ est strictement au-dessus de celle de pente $-(1+i)$ articulée autour de R, cela prouve que la valeur actualisée au taux i du projet de chronique x est strictement positive càd qu'il est strictement rentable. Pour la 1) votre réponse est parfaitement exacte, et je rajoute qu'il va de soi que si la CBIS " avec le projet k " et la CBIS " avec le projet k' " sont chacune strictement au-dessus de la CBIS " sans le projet ", la CBIS " avec les projet k et k' " sera strictement au-dessus des trois.
Sa réponse : C'est compris, merci encore pour vos réponses.
QUESTION 6 : J'ai une difficulté concernant la question 5 bis sur le QCM 3. Je comprends que la pente du segment de B à l'axe des abscisses est $1+i_e$=3 (mis en valeur absolue) soit i_e=2 car on peut le calculer graphiquement avec le petit graphique. De même pour la pente de la courbe qui part de B et remonte vers l'axe des ordonnées qui est en valeur absolue $1+i_p$=1,5 soit i_p=0,5. Ce que je ne comprends pas c'est comment vous arrivez à la conclusion que i_e<200% et i_p>50% (ce qui me bloque c'est le > et le <). J'espère que ma question n'est pas trop confuse et que vous pourrez m'apporter un éclaircissement. Je vous remercie pour votre réponse et pour tout le temps que vous mobilisez pour nous apporter tous ces nombreux contenus.
Ma réponse : Il préférerait strictement être alors soumis à une autre CBIS passant par une dotation en revenus au point B si et seulement si elle domine strictement celle passant par A comme celle tracée en vert sur le graphique ci-après.



Pour cela il faut que cette autre CBIS ait un segment juste supérieur à celui qu'on peut tracer en allant de B jusqu'au bas de la CBIS passant par A qui a alors une pente égale à 3=1+2 donc avec i_e=2=200% d'où i_e<200%.
Et il faut aussi qu'elle ait un segment juste supérieur à celui qu'on peut tracer en allant de B jusqu'en haut de la CBIS passant par A qui a alors une pente égale à 3/2=1+0,5 donc avec i_p=50% d'où i_p>50%. Compris ?
Sa réponse : Merci pour votre réponse. En fait il faut que $1+i_e<3$ dans l'objectif que la pente de l'autre CBIS (celle qui nous intéresse) soit moins pentue pour qu'elle reste au-dessus et inversement avec la partie

de la courbe de la CBIS qui remonte vers le nord-ouest au-dessus de B. Il faut alors une pente de $1+i_p$>1,5 dans l'objectif que cette partie de courbe soit plus pentue et donc reste au-dessus de la CBIS qui part de B et remonte vers le nord-ouest. C'est bien ça ?

Ma réponse : Très bien ! C'est exactement ça !

Sa réponse : Merci pour vos réponses. Maintenant je comprends le raisonnement sur cette question.

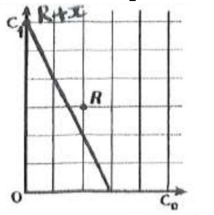
QUESTION 7 : Je suis bloquée dans le type d'exercice ci-dessous. Je pense ne pas avoir saisi la méthode. Je ne saisis pas comment on fait pour le tracé de la CBIS, puis pour répondre à la question.

(On emploie des valeurs irréalistes de taux pour simplifier le tracé de CBIS).

Soit un agent sur les dates 0 et 1 avec la dotation en revenus (R_0, R_1) au point R.

$\boxed{1^*}$ Tracer **précisément** sa CBIS **lorsqu'il réalise** un projet de chronique (x_0, x_1) avec $|x_0|=R_0$ et de TRI égal à 50%, dans un contexte où il peut prêter au taux $i_p=-50\%$ ou emprunter au taux $i_e=100\%$, de 0 jusqu'en 1.

$\boxed{+0{,}5^*}$ Il préfèrerait **strictement** être alors soumis à sa CBIS dans un contexte où il pourrait prêter ou emprunter à tout taux i **tel que** $i > 100\%$



Ma réponse : La pente en valeur absolue entre R et $R+x$ est $1+TRI$=1 + 50%=3/2 et le point R+x se trouve dans cet exercice sur l'axe des ordonnées et il s'y trouve parce que dans le cas particulier de cet exercice, x=(x_0, x_1) est tel que $|x_0|$=R_0. On trace alors correctement la CBIS avec le projet de chronique x (càd qd on réalise ce projet) en repérant bien d'abord, comme d'habitude, le point R+x autour duquel elle va s'articuler et comme ce point est ici sur l'axe des ordonnées, la CBIS n'est plus constituée ici que du segment de pente $-(1+i_e)$=$-(1+100\%)$=-2 qui descend au sud-est de ce point R+x.

En ce qui concerne la 2nde question de cet exercice, la réponse est bien i>100%. En effet, pour que dans un contexte de MFP à taux i, sa CBIS de la question précédente avec le projet de chronique x qui descend à partir du point R+x avec une pente en valeur absolue égale à 2 càd à 1+100% soit strictement préférée par l'agent, il faut qu'elle reste au-dessus d'une CBIS avec le projet de chronique x descendant à partir du point R+x avec une pente en valeur absolue égale à 1+i, et il faut alors que la pente en valeur absolue de cette CBIS-là, 1+i, soit strictement supérieure à la pente en valeur absolue, 1+100%, de celle de l'agent donc que i>100%.

Sa réponse : C'est bien plus clair maintenant.

QUESTION 8 (relative à l'exercice évoqué au-dessus dans la Question 7) : Je ne comprends pas bien pourquoi dans cet exercice la CBIS ne passe pas par le point R. Ensuite, normalement, comme i_e>TRI>ip, on ne devrait faire que prêter, et donc on devrait avoir une pente de -0,5. Or ici, la pente vaut -2 comme si on ne faisait qu'emprunter. Pour finir, je ne comprends pas comment on trouve l'ordonnée à l'origine. Il me semble logique que celle-ci soit sur l'axe des ordonnées car on sait que x_0=R_0 et que le TRI annule le projet donc x_0=R_0=0. Mais je ne vois pas pourquoi l'ordonnée à l'origine se trouve précisément au point (0,6).

Ma réponse : D'abord attention car vous avez écrit "car on sait que x_0=R_0 et que le TRI annule le projet donc x_0=R_0=0" et c'est faux. On sait ici que $|x_0|$=R_0 or on a toujours x_0< 0 donc x_0=$-R_0$.

Ensuite, quand un agent réalise un projet sa CBIS ne s'articule plus autour du point R des dotations en revenu mais autour du point R+x de ses dotations transformées par la chronique des conséquences du projet. Ici x_0=$-R_0$=(-2 d'après le graphique) d'où R_0+x_0=0

et R_1+x_1=R_1+($-x_0$)($1+TRI$)=R_1+R_0($1+0,5$)=R_1+$2.1,5$=R_1+3 d'où le point R+x au sud-est duquel la CBIS qd il réalise le projet, descend alors comme d'habitude avec une pente $-(1+i_e)$. Vu ?

Sa réponse : C'est bien compris merci d'avoir pris le temps de me répondre.

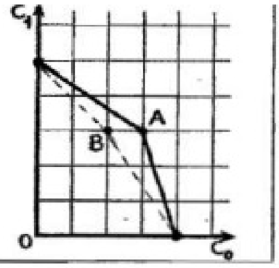
QUESTION 9 : Je rencontre des difficultés dans l'exercice ci-après. - Je ne comprends pas pourquoi i_e doit être maximal et i_p minimal : est-ce que la raison est que i_e est toujours sup à i_p en MFI ? - Je ne comprends pas comment vous avez trouvé i_e=200% et i_p=-33,33% - Concernant le traçage : après la consultation du corrigé (je l'ai vraiment fait en dernier recours vu que je n'arrivais pas à trouer i_e et i_p), étant donné que i_e=200% la valeur de la pente sera $-(1+200\%)$=-3 et on sait que la valeur de la pente nous décrit comment on se déplace entre 2 points appartenant à la courbe = déplacement suivant l'axe des ordonnées/ déplacement suivant l'axe des abscisses, ainsi -3= 3 déplacements suivant l'axe des ordonnées/-1 déplacement suivant l'axe des abscisses, on retrouve ainsi l'ordonnée à l'origine et j'ai fait de même pour le second point ou la pente = $-(1+(-33,33\%))$. Est-ce-que c'est la bonne méthode ?

$\longrightarrow$

(On emploie des valeurs irréalistes de taux pour simplifier le tracé des CBIS).

$\boxed{1{,}5}$ Sur le graphique ci-contre, **tracer uniquement** la CBIS passant par la dotation en revenus au point A avec le taux i_e *(compléter)* **m.axi.mal** et avec le taux i_p *(compléter)* **m.ini..mal** tels que tout agent préfèrera avoir cette CBIS, plutôt qu'une CBIS passant par une dotation en revenus en B avec i_e=50% et i_p=0%

$\boxed{+1}$ Ce i_e est alors égal à ...200... % et ce i_p est alors égal à -33,33...%



Zone de brouillon :

$1+i_e = 1+50\% = 1{,}5 = \frac{3}{2}$

$1+i_p = 1+0\% = 1$

$3 = 1+2 = 1+200\%$

$2/3 = 1-1/3 = 1-0{,}3333... = 1-33{,}33...\%$

Ma réponse : Il vous faut ici commencer par réfléchir au tracé de la CBIS passant par B quand i_e=50% donc quand $1+i_e$=1,5=3/2 et quand i_p=0% donc quand $1+i_p$=1=1/1 et on a tracé en pointillés un telle CBIS articulant autour de B, un segment au sud-est de B de pente égale à 3/2 en valeur absolue et un segment au nord-ouest de B de pente égale à 1/1 en valeur absolue.
Ce qu'on veut alors c'est qu'une CBIS de l'agent articulée autour de A dans un contexte de MFI aux taux i_e et $i_p(<i_e)$, soit préférée par lui (sous-entendu au sens large) à la CBIS qu'on vient de tracer et il faut donc pour cela qu'elle passe au-dessus de celle-ci qui a été tracée en pointillés, et par conséquent soit au-moins comme celle articulée autour de A qu'on a tracé en trait plein et qui est telle que $1+i_e$=3/1=1+2=1+200% et que $1+i_p=2/3=1-1/3=1-33,33...$%, ou même au-dessus de celle-là.
Il faut alors pour cela que i_e<200% et $i_p> -$33,33...% càd que l'agent soit alors dans un contexte de MFI avec un taux i_e maximal égal à 200% et avec un taux i_p minimal égal à $-$33,33...%.
(Enfin, pour mémoire : la pente (en valeur algébrique) entre un point A et un point B sur un segment de droite, est égale au rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la variation Δy de l'ordonnée de ces points à la variation Δx de l'abscisse de ces points quand on va du point A au point B (ou quand on va, dans le sens opposé, du point B au point A), soit : $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y^B-y^A}{x^B-x^A}\left(=\frac{y^A-y^B}{x^A-x^B}\right)$).

QUESTION 10 (relative à l'exercice évoqué au-dessus dans la Question 9) : Je ne comprends pas dans cet exercice les réponses aux valeurs de i_e et i_p. En dessous en Zone de brouillon vous mettez 3=1+2 mais pourquoi 3 ? Je ne vois pas d'où sort ce 3, du moins je ne comprends pas. Même question pour 2/3 pourquoi 2/3 ? Comment trouvez-vous tout ça ? J'ai regardé l'explication que vous avez donnée à un élève sur une FAQ sur le même type de question sur le QCM 3 mais je n'ai pas compris, d'où le fait que je vienne vers vous. Pourriez-vous m'éclairer s'il vous plaît ?

Ma réponse : J'ai déjà répondu sur cet exercice à la Question 9 et répond ici plus précisément à votre question.
3 c'est la pente en valeur absolue égale à 1+i_e de la portion de CBS tracée en noir qui descend au sud-est du point A de dotation en revenus, mesurée par "3 carreaux en hauteur sur 1 carreau à la base" donc 1+i_e=3=1+2=1+200%.
2/3 c'est la pente en valeur absolue égale à 1+i_p de la portion de CBS tracée en noir qui remonte au nord-ouest du point A de dotation en revenus, mesurée par "2 carreaux en hauteur sur 3 carreaux à la base" donc 1+i_p=2/3=1$-$1/3=1$-$33,33...%.

QUESTION 11 : Je pensais avoir bien compris le chapitre 3 de la première partie du cours mais je n'arrive toujours à pas comprendre comment tracer les CBIS. Pourriez-vous m'aider s'il vous plait ?

Ma réponse : Il vous faut aller revoir la description du tracé de la CBIS en MFP et en MFI au milieu de la p.1 de TdI.3.

⟶

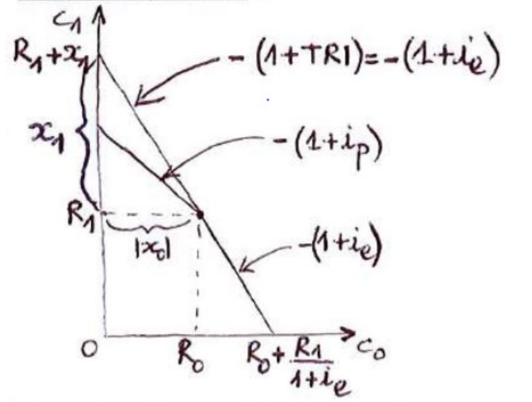
QUESTION 12 : En ce qui concerne le corrigé de l'exercice suivant :

$\boxed{1{,}5^*}$ (C_0, C_1) désigne tout plan de consommation réalisable sur les dates 0 et 1 par un agent avec la chronique de revenus (R_0, R_1). **Ecrire l'expression détaillée la plus simple** de l'équation de sa C.B.I.S. dans un contexte de MFI où il peut prêter au taux i_p ou emprunter au i_e ($>i_p$) de 0 jusqu'en 1, quand il réalise un projet d'investissement standard de chronique (x_0, x_1) telle que $|x_0|=R_0$ et dont le TRI est égal i_e : (la moins simple : $\forall C_0 \in [0, R_0+x_0+\frac{R_1+x_1}{1+i_e}]$, $C_1=-(1+i_e)C_0+(1+i_e)(R_0+x_0)+R_1+x_1$)

$= -x_0$ car $TRI = i_e$ $\quad$ $= -x_0$ car $R_0=|x_0|$

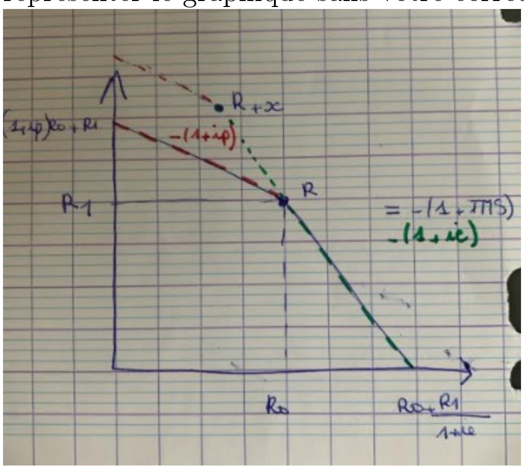
la plus simple est alors : $\forall C_0 \in [0, R_0+\frac{R_1}{1+i_e}]$, $C_1=-(1+i_e)C_0+R_1+x_1$

Zone de brouillon :



J'ai bien compris la pente $-(1+i_p)$ et $-(1+i_e)$ au sud-est. J'ai bien compris que $|x_0|=R_0$ et que $TRI=i_e$, d'ou $-(1+i_e)=-(1+TRI)$ donc que la pente sera la même.

Ce que je n'ai cependant pas compris c'est pourquoi cette pente $-(1+TRI)$ rejoint le point x et le point R_1+x_1 car de ce que j'avais compris dans le TDI.3, cette pente rejoint x et $R+x$. De ce fait, si j'avais dû représenter le graphique sans votre correction, voilà comment je l'aurais fait.



Evidemment je me doute que cela n'est pas juste, mais je ne comprends pas pourquoi. Il y a quelque chose que je n'ai pas compris dans la correction du TD, ce qui m'a induite en erreur ? Est-ce parce que le point $R+x$ se trouve sur l'axe des ordonnées ? Dans ce cas pourquoi ? J'espère que vous comprendrez mes questions et que vous parviendrez à m'éclairer, merci pour le temps que vous prenez pour nous.

Ma réponse : Oui, c'est parce que le point $R+x$ se trouve dans cet exercice où $|x_0|=R_0$ sur l'axe des ordonnées avec pour coordonnées $(R_0+x_0, R_1+x_1)=(R_0-R_0, R_1+x_1)=(0, R_1+x_1)$ et il s'y trouve parce que dans le cas particulier de cet exercice, $x=(x_0, x_1)$ est à la fois tel que $|x_0|=R_0$ et $TRI=i_e$,
soit $-(1+TRI)=-(1+i_e)$ donc $x_1=-(1+TRI)x_0=-(1+i_e)x_0$.

On trace alors correctement la CBIS avec le projet de chronique x (càd qd on réalise ce projet) en repérant bien d'abord, comme d'habitude, le point $R+x$ autour duquel elle va s'articuler et comme ce point est ici sur l'axe des ordonnées, la CBIS n'est plus constituée ici que du segment de pente $-(1+i_e)$ qui descend au sud-est de ce point $R+x$.

Sur votre graphique, vous mettiez bien $R+x$ sur le prolongement d'un segment de pente $-(1+i_e)$ au nord-ouest de R mais pour une valeur de $|x_0|<R_0$ donc pas telle que $|x_0|=R_0$ et votre $R+x$ n'atteignait pas alors

l'axe des ordonnées comme il se devait ici l'atteindre, et au nord-ouest de votre $R+x$ vous aviez encore, alors, un segment de pente $-(1+i_p)$.

Sa réponse : Votre explication est parfaitement claire.

QUESTION 13 (relative à l'exercice évoqué au-dessus dans la Question 12) : Il est demandé dans cet exercice de donner l'équation de la CBIS lorsque l'agent réalise un projet d'investissement dont le TRI est égal à i_e.

Je comprends les graphiques et le calcul des équations, seulement nous nous basons sur le fait que la valeur absolue de x_0 est égale à R_0, pourquoi dans les calculs nous admettons ensuite que x_0 est $-R_0$, certes d'après la définition de la valeur absolue x_0 sera compris entre $-R_0$ et $+R_0$ mais pas égal.

Ma réponse : En réponse à votre question, il est parfaitement exact de faire les calculs avec $x_0 = -R_0$. En effet, les énoncés disent que $|x_0| = R_0$ or il ne vous faut pas oublier que x_0, la recette nette au démarrage d'un projet d'investissement est toujours <0 et la valeur absolue d'un nombre négatif est l'opposé de ce nombre négatif or ici $|x_0| = -x_0 = R_0$.

QUESTION 14 : Je ne comprends pas l'équation de la CBIS dans l'Exercice 09 de AnnalesCorr Part1 Chap-3.

Je pense comprendre comment la tracer. Pour le point $R+x^A$ il suffit de relier ce point avec le point R avec une pente de $-1-TRI^A$ et le point $R+x^A$ doit avoir pour abscisse $R_0/2$.

Pour le point $R+x^A+x^B$ il suffit de le relier avec le point $R+x^A$ avec une pente de $-1-TRI^B$, et l'abscisse est égal à 0.

Cependant je ne comprends pas l'équation de la CBIS. Je pense que $(R_0/2)(1+i_p)$ représente x_1^A et que $(R_0/2)(1+i_e)$ représente x_1^B. Mais je ne suis même pas sûre que cela soit bien le cas et je ne comprends pas comment arriver à cette conclusion. Pourriez-vous m'expliquer le raisonnement s'il vous plait ?

Ma réponse : En réalisant x^A en partant de R on arrive au point $R+x^A$ puis en réalisant x^B en plus de x^A, on repart du point $R+x^A$ pour atteindre le point $R+x^A+x^b$.

L'abscisse de $R+x^A$ égale à $\mathrm{R}_0-(R_0/2) = R_0/2$ est alors diminuée par la dépense d'investissement $R_0/2$ de x^B et devient celle de $R+x^A+x^b$ égale à 0.

L'ordonnée de $R+x^A$ égale à $R_1+x_1^A = R_1+(1+TRI^A)R_0/2 = R_1+(1+i_p)R_0/2$ augmente alors de $x_1^B = (1+TRI^B)R_0/2 = (1+i_e)R_0/2$ et devient celle de $R+x^A+x^B$ égale à $R_1+(1+i_p)R_0/2+(1+i_e)R_0/2$.

Dans ce que je viens de raconter, vous pouvez donc retrouver ce que vous avez tout à fait correctement exprimé càd $x_1^A = (1+TRI^A)R_0/2 = (1+i_p)R_0/2$ et $x_1^B = (1+TRI^B)R_0/2 = (1+i_e)R_0/2$. Enfin, la CBIS "avec la réalisation des 2 projets x^A et x^B" descend bien sûr au sud-est du point $R+x^A+x^B$ le long d'un segment de pente en valeur absolue égale à $1+i_e$ et son abscisse à l'origine se calcule alors en divisant son ordonnée à l'origine qui est l'ordonnée du point $R+x^A+x^B$ par la pente de ce segment égale à $1+i_e$ en valeur absolue et c'est donc bien : $[R_1+(1+i_p)R_0/2+(1+i_e)R_0/2]/(1+i_e)$.

Tout s'éclaircit, n'est-ce pas ?

Sa réponse : Merci pour votre réponse. J'ai maintenant bien compris.

Foire aux questions FAQ 4 sur le Chapitre 4

QUESTION 1 : J'ai une question au sujet de l'anticipation des taux concernant le chapitre 4 : dans le cours il est bien expliqué comment anticiper un taux d'intérêt annuel à partir de la date 0 mais je n'arrive pas à le reproduire dans le cas où je dois anticiper $i_{3,5}$ par exemple ; en fait j'avais réfléchi et supposé comme réponse $(1+i_4)(1+i_5) = (1+i_{3,5})^2$ au carré mais je pense qu'il me manque des éléments. Merci encore pour vos réponses.

Ma réponse : A la date 3, on connaît i_4 et $i_{3,5}$ donc si les MF sont des MFP, votre équation
$(1+i_4)(1+i_5) = (1+i_{3,5})^2$ permettra d'anticiper à la date 3, la valeur de i_5 qu'on connaîtra à la date 4.
On pourra par contre anticiper $i_{3,5}$ à la date 2 où i_3 et $i_{2,5}$ sont connus, grâce à l'équation
$(1+i_3)(1+i_{3,5})^2 = (1+i_{2,5})^3$. C'est clair ?

Sa réponse : Merci d'avoir pris le temps de me répondre, c'est très clair.

QUESTION 2 : Après la relecture du chapitre 4, je n'arrive pas à comprendre ce paragraphe. $(1+i_1)(1+i_2)$ s'agit du taux d'intérêt d'emprunt lorsqu'il est supérieur à $(1+i_{0,2})^2$ c'est pour cela que l'agent a intérêt à emprunter sur 2 ans pour reprêter successivement sur 1 an ? En fait, j'ai l'impression d'avoir compris sans réellement comprendre, ce n'est pas très clair pour moi.

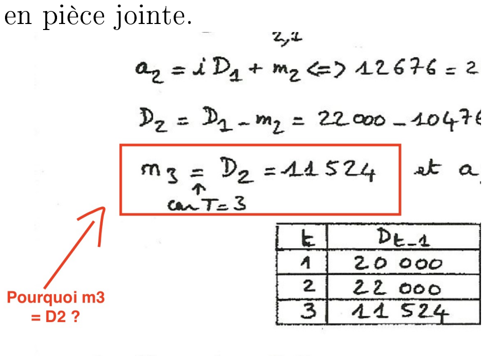
Ma réponse : Pour bien le comprendre, il faut bien vous le raconter ; or dire "$(1+i_1)(1+i_2)$ s'agit du taux d'intérêt d'emprunt" n'est pas correct. En effet dans le 1er exemple, $(1+i_1)(1+i_2)$ c'est ce que rapporte 1 € à la date 2 lorsqu'on l'a prêté de la date 0 à la date 1 à laquelle on reprête le remboursement $(1+i_1)$ obtenu jusqu'à la date 2.
Si on emprunte 1 € à la date 0 directement jusqu'à la date 2 au taux annuel $i_{0,2}$, ça coûtera $(1+i_{0,2})^2$ à la date 2. Alors si on anticipe à la date 0 que le i_2 qui sera défini à la date 1, sera tel que $(1+i_1)(1+i_2) > (1+i02)^2$, on gagnera de l'argent en faisant un tel emprunt d'1 € pour le prêter de la date 0 à la date 1 et reprêter la somme remboursée à la date 1 jusqu'à la date 2 car l'enchaînement de ces 2 prêts rapportera plus que ce qu'aura coûté l'emprunt pour les faire.
Inversement, si on anticipe à la date 0 que le i_2 qui sera défini à la date 1, sera tel que $(1+i_1)(1+i_2) < (1+i_{0,2})^2$, on a intérêt à emprunter 1 € de la date 0 à la date 1 pour le prêter de la date 0 à la date 2 puis à re-emprunter de la date 1 à la date 2 le montant du remboursement de l'emprunt de 1 € en 0, à faire à la date 1 car ce qu'on devra finalement alors rembourser à la date 2, $(1+i_1)(1+i_2)$, sera inférieur à ce que rapportera le remboursement à la date 2 du prêt consenti à la date 0. C'est bien compris maintenant ?

Sa réponse : Si j'ai bien compris la première partie de votre explication : de 0 à 1 je prête 1 € , j'aurai un "rendement" de $(1+i_1)$ et de 1 à 2 je re-prête $(1+i_1)$ pour enfin avoir un "rendement" de $(1+i_1)(1+i_2)$ (en 2). Pour réaliser ces prêts, j'ai effectué un emprunt directement de 0 à 2 qui me coûtera $(1+i_{0,2})^2$; ainsi l'enchainement de ces 2 prêts me rapporte plus que l'emprunt pour les faire (avantageux pour l'agent).
La seconde partie de votre explication : dans le cas où l'enchainement des prêts $(1+i_1)(1+i_2)$ me rapporte moins que le coût de l'emprunt de 1 € réalisé de 0 à 2, $(1+i_{0,2})^2$ (pas avantageux pour l'agent) ; l'agent devrait donc enchainer également les emprunts càd emprunter de 0 à 1, 1 € avec lequel il prêtera de 0 à 2, on aura alors un "rendement" de prêt de $(1+i_{0,2})$ (je pense que je me trompe dans cette déduction), et de réaliser un second emprunt de 1 à 2 de montant (1+i1) afin d'avoir au final le prêt enchainé de 0 a 2 qui sera superieur au coût de l'emprunt de 0 à 1 puis de 1à 2 (avantageux pour l'agent).

Ma réponse : Dans votre résumé de ce que vous avez bien compris, il me faut juste corriger la fin de votre dernière phrase par ceci "... on aura alors un "rendement" de prêt de $(1+i_{0,2})^2$, et en réalisant un second emprunt égal à $(1+i_1)$ de 1 à 2, au taux i_2, il se retrouvera au final avec le prêt de 0 à 2 qui lui rapportera plus qu'aura coûté l'emprunt de 0 à 1 puis de 1 à 2 (avantageux pour l'agent)".

⟶

QUESTION 3 : Je vous envoie ce mail car je ne comprends pas une petite chose dans l'Exercice I.4.1 de TdI.4, pourquoi m_3=D_2 ? Je n'arrive pas à trouver les raisons ? Vous avez écrit car T=3 mais pourquoi, je ne comprends pas trop ? Je vous ai mis la capture d'écran de la partie de l'exercice que je ne comprends pas, en pièce jointe.



Ma réponse : T=3 est la date de fin de la 3ème et dernière année de l'emprunt ; la dette résiduelle au début de cette année-là, càd à la date 2, est D_2 ; alors l'amortissement m_3 dans la 3ème et dernière annuité a_3, est forcément égal à la dette résiduelle D_2 au début de cette dernière année.

QUESTION 4 : Dans l'exercice ci-dessous, lorsque j'effectue mes calculs, j'arrive toujours à trouver la dernière ligne (voir ma capture d'écran) mais je n'ai pas le bon résultat pour la ligne précédente. Je ne comprends pas d'où viennent mes erreurs.

$\boxed{1}$ Compléter ces lignes du tableau d'amortissement d'un emprunt en 0, sur T années, au taux annuel i=10%, avec **annuités** constantes :

t	D_{t-1}	iD_{t-1}	m_t	a_t
$T-1$	4200	420	2000	2420
T	2200	220	2 200	2420

Ma réponse : En fait, vous ne savez pas comment réussir à compléter l'avant-dernière ligne d'un tableau d'amortissement après avoir réussi à compléter la dernière. Pour bien le faire, il faut distinguer selon l'exercice concerné, les 2 cas suivants : remboursement par annuités constantes ou remboursement avec amortissement constant.

Dans le cas du remboursement par annuités constantes comme dans cet exercice, on sait que l'amortissement est en progression géométrique de raison $1+i$ donc ici avec i=10%, m_T=1,1m_{T-1} d'où m_{T-1}=2 200/1,1=2 000. On rappelle que $\forall t$, D_t=D_{t-1}−m_t, et alors, comme D_{T-1}=D_{T-2}−m_{T-1}
d'où D_{T-2}=D_{T-1}+m_{T-1}=2 200+2 000=4 200 et iD_{T-2}=0,1·4 200=420,
et on retrouve bien a_{T-1}=iD_{T-2}+m_{T-1}=420+2 000=2 420.

Dans le cas d'un remboursement avec amortissement constant, alors on a m_{T-1}=m_T donc on calcule D_{T-2}=D_{T-1}+m_{T-1}=D_{T-1}+m_T puis iD_{T-2} pour calculer a_{T-1}=iD_{T-2}+m_{T-1}.

Sa réponse : Merci pour votre réponse qui a été très claire.

Foire aux questions FAQ 5 sur le Chapitre 1 de la 2nde Partie du Cours

QUESTION 1 : Je rencontre un problème de compréhension concernant le TMS, je ne comprends absolument pas la définition. Quand vous dites "(...)comment il serait disposé à substituer quelques fractions d'unités de bien 2 à quelques fractions d'unités de bien 1 dans un panier (x1, x2)", qu'entendez-vous par là ? Je n'arrive pas à comprendre si dans ce cas-là on parle du TMS 2 à 1 et en plus, je ne comprends pas ce que vous entendez par "substituer quelques fractions d'unités de bien 2 à quelques fractions d'unités de bien 1", cela voudrait-il dire que le consommateur souhaite plus (+) de bien 2 que de bien 1 dans ce cas ? Pourriez-vous m'éclairer s'il vous plaît ?

Ma réponse : Substituer du bien 2 à du bien 1 dans un panier (x_1, x_2), c'est y remplacer des unités de bien 1 par des unités de bien 2 ; substituer **marginalement** du bien 2 à du bien 1 dans un panier (x_1, x_2), c'est juste y remplacer quelques fractions d'unités de bien 1 par quelques fractions d'unités de bien 2 donc y substituer quelques fractions d'unités de bien 2 à quelques fractions d'unités de bien 1, et la valeur du $TMS_{_{2\ \text{à}\ 1}}(x_1, x_2)$ nous dit alors au taux de combien d'unités de bien 2 (en plus) pour une unité de bien 1 (en moins), cette substitution **marginale** devra être faite par un consommateur qui souhaite que le panier marginalement modifié lui procure la même satisfaction que le panier (x_1, x_2).

Sa réponse : Merci beaucoup Monsieur pour vos réponses détaillées !

QUESTION 2 : Dans le 1.4 du chapitre 1 de la partie de cours 2 : il y a écrit que $TMS_{2\ \text{à}\ 1}(x_1, x_2)$ s'exprime en nombre d'unités de biens 2 pour une unité de bien 1. Puis dans le paragraphe suivant il y a : ce taux exprime alors son point de vue sur la valeur d'une unité de bien 1 en termes de bien 2. Je comprends bien que ces deux affirmations sont équivalentes pourtant je ne parviens pas à comprendre en quoi, notamment du fait de l'ordre inversé (cas 1 : bien 2 pour bien 1 / cas 2 : bien 1 en terme de bien 2).

Ma réponse : Votre cas 1 : bien 2 pour bien 1, disons plutôt l'interprétation 1 du $TMS_{2\ \text{à}\ 1}(x_1, x_2)$, est celle d'un taux d'échange dans lequel on dit combien d'unités de bien 2 seraient exigées par le consommateur pour remplacer une unité de bien 1. Cela permet alors de donner une interprétation 2 du $TMS_{2\ \text{à}\ 1}(x_1, x_2)$ (votre cas 2 : bien 1 en terme de bien 2) comme exprimant ce que vaut à ses yeux une unité de bien 1 en termes de bien 2 (càd en nombre d'unités de bien 2). Le vocabulaire employé se justifie donc ainsi ; est-ce clair à présent ?

Sa réponse : Oui merci, à présent c'est clair.

Foire aux questions FAQ 6 sur le Chapitre 2 de la 2nde Partie du Cours

QUESTION 1 : Je vous envoie ce mail car après plusieurs lectures du chapitre 2 partie 2 du cours, je ne comprends pas quelques points. Page 30, comment vous trouvez les prix p_1=3 et p_2=12 ? De plus je n'ai pas compris comment vous pouvez dire que la combinaison (1,12) est la combinaison pour laquelle le consommateur est disposé à remplacer 1 unité de bien 1 par 4 unités de bien 2 pour conserver un niveau d'utilité U(barre) = 4 ? C'est parce que au point (1,12) nous sommes toujours sur la tangente (figure 2.1 p.29) ? Mais dans ce cas je ne comprends pas comment on a trouvé que pour cette combinaison, il est disposé à remplacer 1 unité de bien 1 par 4 unités de bien 2 pour conserver un niveau d'utilité U(barre) = 4. De plus, je n'arrive pas à comprendre quand vous calculez par exemple le TMS 2à1 (2,8), pourquoi vous faites la valeur absolue de 4-8 / 3-2 ? Pourriez-vous m'expliquer s'il vous plaît car je ne comprends pas... J'ai mis en pièce jointe les captures d'écran des éléments que je ne comprends pas.

Ma réponse : Page 30, je ne trouve pas les prix p_1=3 et p_2=12 mais je place le consommateur sous l'hypothèse où il pourrait acheter ou revendre les biens à ces prix-là.

Vous vous trompez car je n'ai pas dit que la combinaison (1,12) est la combinaison pour laquelle le consommateur est disposé à remplacer 1 unité de bien 1 par 4 unités de bien 2 pour conserver un niveau d'utilité égal à 4. J'ai écrit (de façon abrégée bien qu'imparfaite comme il s'agit d'une valeur de taux marginal) que la combinaison (2,8) est la combinaison pour laquelle le consommateur est disposé à remplacer 1 unité de bien 1 par 4 unités de bien 2 pour conserver un niveau d'utilité égal à 4. Je devrais plus précisément et correctement dire que la combinaison (2,8) est la combinaison pour laquelle le consommateur est disposé à remplacer une fraction d'unité de bien 1 contre 4 fois cette fraction d'unité du bien 2 pour conserver un niveau d'utilité égal à 4 càd la combinaison qu'il accepte de modifier par des échanges marginaux au taux de 4 unités de bien 2 (en plus ou en moins) pour une unité de bien 1 (en moins ou en plus). Car on a su calculer son $TMS_{2\text{ à }1}(2,8)$ qui exprime cela, en divisant alors $Um_1(2)$ par $Um_2(8)$. Et alors comme on a expliqué en cours que le $TMS_{2\text{ à }1}(2,8)$ est égal à la valeur absolue de la pente de la tangente à la courbe d'indifférence au point de coordonnées (2,8) représentant ce panier, je suis allé tracer cette tangente qui a cette pente égale à 4 en valeur absolue, en traçant un segment qui va du point (2,8) au point (3, 4) dont la pente en valeur absolue est en effet égale à -(4-8)/(3-2)=4/1=4 et en prolongeant son tracé du point (2,8) jusqu'au point (1,12). Alors, tout ça devient clair ?

Sa réponse : C'est parfait, merci beaucoup pour votre réponse !

QUESTION 2 : J'ai une question concernant la section 2.2 du chapitre 2 de la seconde partie du cours : pour une courbe d'indifférence concave, si p_1/p_2 est égal à la valeur absolue du segment joignant les extrémités de la courbe d'indifférence, a-t-on alors 2 paniers optimaux correspondant aux extrémités droite et gauche de la courbe d'indifférence (si tant est que ce cas puisse exister) ?

Ma réponse : Bien sûr car dans le cas où une droite de budget qui est une droite d'isocoût de paniers, a la même pente p_1/p_2 en valeur absolue que celle du segment qui joint les extrémités d'une courbe d'indifférence concave et qu'elle vient se superposer sur ce segment, on y trouve alors au contact des extrémités droite et gauche de cette courbe d'indifférence concave, 2 paniers optimaux, càd coûtant le moins possible au consommateur, entre lesquels il peut indifféremment choisir pour minimiser sa dépense en atteignant le niveau de satisfaction associé à cette courbe d'indifférence.

Sa réponse : C'est compris, merci pour votre réponse.

QUESTION 3 : Je viens vers vous pour que vous m'apportiez une confirmation sur les méthodes algébriques de détermination des paniers optimaux en fonction du type de la fonction d'utilité qui nous est présentée. On sait que lorsqu'un consommateur a une fonction d'utilité Cobb-Douglas, son panier optimal (x_1, x_2) quel que soit le type de demandes (Marshalliennes ou Hicksiennes), sera la solution d'un système de 2 équations dont $TMS_{2\text{ à }1}(x_1, x_2)$=$p_1/p_2$. Or lorsque le consommateur a une fonction d'utilité qui explicite par exemple que ses courbes d'indifférence sont convexes mais peuvent admettre des solutions en coin ou sont concaves, cette solution n'est donc plus l'unique et nous devons étudier les possibilités de solution en coin telle que x_1=0 et x_2>0 ou x_1>0 et x_2=0, comme nous l'avons appris avec la méthode graphique, est-ce bien ça ?

Ma réponse : Oui, lorsqu'un consommateur a une fonction d'utilité Cobb-Douglas, ses courbes d'indifférence sont convexes et ne touchent jamais les axes et son panier optimal (marshallien ou hicksien) sera toujours un panier " intérieur " càd avec x_1>0 et x_2>0 qui se trouve alors au point de tangence d'une CBS avec une courbe d'indifférence et qui est donc notamment défini par une condition du type $TMS_{2\text{ à }1}(x_1, x_2)$=$p_1/p_2$. Par contre, lorsque les courbes d'indifférence sont convexes et peuvent toucher l'un ou l'autre axe ou les deux, il pourra y avoir selon la valeur de p_1/p_2, soit une solution intérieure comme dans le cas précédent, soit une solution en coin sur l'un ou l'autre axe.

Enfin, lorsque les courbes d'indifférence sont concaves, ne touchant aucun axe ou touchant l'un des deux ou les deux, il ne pourra jamais y avoir de solution intérieure car il y aura alors, selon que la valeur de p_1/p_2 est inférieure, supérieure ou égale à la valeur absolue de la pente du segment reliant les extrémités droite et gauche de cette courbe concave, soit une solution à l'extrémité droite de cette courbe, soit une solution à son extrémité gauche, soit deux solutions dont une à son extrémité droite et l'autre à son extrémité gauche.

Sa réponse : Merci Monsieur. Simplement, concrètement, cela revient, de manière algébrique, à résoudre le programme de min ou max selon les différentes possibilités de solutions pour chaque type de courbe d'indifférence ?

Ma réponse : Ce que je vous ai résumé, c'est ce qui permet selon les propriétés d'une courbe d'indifférence (concavité ou convexité et ne touche aucun axe ou touche l'un des deux ou les deux) et selon les prix p_1 et p_2, d'aller repérer graphiquement la solution que la résolution algébrique du pb de max ou de min sous contraintes en résolvant les conditions de Kuhn et Tucker (ou de Lagrange quand il n'y a que des contraintes égalités) permettrait de déterminer par le calcul.

QUESTION 4 : Je ne comprends pas comment vous procédez pour trouver les résultats des questions 1, 2 et 3 dans le QCM 5.

Ma réponse : Le principe pour aller trouver graphiquement, compte tenu des prix p_1 et p_2 des 2 biens, le(les) panier(s) de ces 2 biens qui coûte(nt) le moins sur une courbe d'indifférence (toujours décroissante), quelle que soit sa forme et qu'elle touche ou pas un axe ou les deux, est très simple.

Il consiste à aller y chercher le(les) panier(s) en contact avec la droite de budget, càd avec la droite d'isocoût de paniers qui a p_1/p_2 pour pente en valeur absolue, **la plus basse possible dans le repère** $(\overrightarrow{Ox_1}, \overrightarrow{Ox_2})$.

Car plus une droite de budget de pente p_1/p_2 en valeur absolue, est basse dans ce repère, moins son ordonnée à l'origine qui est égale à $1/p_2$ fois le revenu dépensé dans l'achat des paniers est élevée donc moins les paniers qui s'y trouvent, coûtent cher.

D'un point de vue pratique, il vous suffit de déplacer parallèlement à elle-même, vers le bas du repère, une règle ou un crayon représentant une droite de budget avec sa pente p_1/p_2 en valeur absolue, jusqu'à trouver le(les) dernier(s) point(s) de contact avec la courbe d'indifférence qui sera(seront) alors le(les) panier(s) qui coûte(nt) le moins sur la courbe d'indifférence.

Or on remarque ici que la pente en valeur absolue du segment joignant (4,1) et (0,4) est 3/4=0,75 et celle du segment joignant (4,1) et (6,0) est 1/2=0,5.

Alors si vous faites cela avec une règle ou un crayon représentant une droite de budget tq $0,5 < p_1/p_2 < 0,75$, le point de contact avec la droite de budget la plus basse sera en (4,1) qui est donc l'unique panier le moins coûteux sur cette courbe d'indifférence, dans ce cas où $0,5 < p_1/p_2 < 0,75$ (c'est la réponse à la question 1).

Même procédé avec $p_1/p_2 > 0,75$, l'unique point de contact avec une telle droite de budget la plus basse sera alors en (4,1) (c'est la réponse à la question 2).

Même procédé avec $p_1/p_2 < 0,5$, l'unique point de contact avec une telle droite de budget la plus basse sera alors en (6,0) (c'est la réponse à la question 3).

QUESTION 5 : Je vous envoie ce mail car je ne comprends pas comment vous avez trouvé la réponse à la question 8 du QCM 5 sur le chapitre 2 de la seconde partie du cours. Pourriez-vous m'éclairer s'il vous plaît ? Car la réponse C pour moi, marchait aussi mais du coup je n'arrive pas à savoir comment vous avez trouvé cette réponse.

Ma réponse : On nous dit que la fonction d'utilité est convexe donc les courbes d'indifférence sont concaves et d'après la fonction d'utilité $x_1^2 + 4x_2^2$, l'utilité peut être non-nulle si $x_1 = 0$ ou si $x_2 = 0$ donc ces courbes d'indifférences concaves touchent chacun des deux axes.

Puisqu'on veut maximiser l'utilité sous la contrainte de cette CBS, le contact de la courbe d'indifférence la plus élevée avec la CBS $3x_1 + 2x_2 = 6$ ne pourra alors se produire qu'à l'une ou l'autre extrémité de cette CBS càd soit en $(x_1, x_2) = (0, 3)$ soit en $(x_1, x_2) = (2, 0)$ mais c'est alors avec $(x_1, x_2) = (0, 3)$ que l'utilité sera maximum car égale à 4.9=36 au lieu de 2.2=4 avec $(x_1, x_2) = (2, 0)$ d'où la réponse C.

⟶

QUESTION 6 : Je n'ai pas compris ce type de réponse dans un exercice, est-ce que dans le cas où on a une courbe d'indifférence concave, on n'a que des paniers avec un seul bien ?

On vous fait à présent remarquer qu'on va pouvoir se dispenser de s'en servir pour trouver le panier-solution.
$\boxed{0{,}5'}$ **Compléter** : En effet, il n'existera pas ici de solution en $x_1>0$ et $x_2>0$ parce qu'on saurait démontrer que la fonction d'utilité est ....convexe.. et que les courbes d'indifférence sont donc .concaves....
$\boxed{1{,}5}$ **Déterminer** le panier solution : alors,
. l'éventuelle solution avec $x_1=0$ respecte la CBS avec $2x_2=6$ donc avec $x_2=3$ et $U(0,3)=4\times3^2=4\times9=36$
. l'éventuelle solution avec $x_2=0$ respecte la CBS avec $3x_1=6$ donc avec $x_1=2$ et $U(2,0)=2^2=4$

Ma réponse : Dans le cas d'une courbe d'indifférence concave qui comme ici, intercepte les 2 axes, il y a un panier optimal "en coin" à son extrémité gauche (resp. droite) donc qu'avec du bien 2 (resp. 1) si et seulement si $p1/p2$ est supérieur (resp. inférieur) à la valeur absolue de la pente du segment qui joint ses 2 extrémités ; et il y en a un à chacune des ses 2 extrémités lorsque $p1/p2$ est égal à la valeur absolue de la pente de ce segment.
Dans le cas d'une courbe d'indifférence concave qui n'intercepte que l'axe à son extrémité gauche (resp. droite), il y a un panier optimal "en coin" à son extrémité gauche (resp. droite) donc qu'avec du bien 2 (resp. 1) si et seulement si $p1/p2$ est supérieur (resp. inférieur) à la valeur absolue de la pente du segment qui joint ses 2 extrémités ; si et seulement si $p1/p2$ est inférieur (resp.supérieur) à la valeur absolue de la pente de ce segment, il y a un panier optimal "intérieur" à son extrémité droite (resp. gauche) qui ne touche pas l'axe des abscisses (resp. des ordonnées) donc avec des 2 biens ; et si et seulement si $p1/p2$ est égal à la valeur absolue de la pente de ce segment, il y a 2 paniers optimaux : le panier "en coin" à l'extrémité gauche (resp. droite) et le panier "intérieur" à l'extrémité droite (resp. gauche).
Dans le cas d'une courbe d'indifférence concave qui n'intercepte aucun axe à ses extrémités, il y a un panier optimal "intérieur" à son extrémité gauche (resp. droite) donc avec des 2 biens si et seulement si $p1/p2$ est supérieur (resp. inférieur) à la valeur absolue de la pente du segment qui joint ses 2 extrémités ; et si et seulement si $p1/p2$ est égal à la valeur absolue de la pente de ce segment, il y a 2 paniers optimaux : le panier "intérieur" à l'extrémité gauche et le le panier "intérieur" à l'extrémité droite.

QUESTION 7 : J'ai juste une simple question sur les conditions de Kuhn et Tucker : ces dernières ne sont évoquées et utilisées seulement dans le cas où il y aurait dans un programme, de minimisation ou de maximisation, des contraintes inégalités ?
Par exemple, dans le cas de résolution d'un programme de maximisation pour trouver les fonctions de demandes marshalliennes ou de minimisation pour trouver les fonctions de demandes hicksiennes, elles n'apparaissent pas car il y a seulement une contrainte égalité, est-ce bien ça ?

Ma réponse : Les conditions nécessaires de Kuhn et Tucker sont requises dès qu'il y a une ou plusieurs contraintes inégalités dans le programme à résoudre. Dans la résolution du programme de maximisation sous contraintes pour trouver les fonctions de demandes marshalliennes, et celle du programme de minimisation sous contraintes pour trouver les fonctions de demandes hicksiennes, présentée dans le Cours, il n'a pas été nécessaire d'exprimer des contraintes inégalités du type : $x_1 \geq 0$,...,$x_n \geq 0$, relatives aux quantités de biens dans le panier car on a supposé que chaque bien est strictement indispensable à la satisfaction du consommateur càd si $\exists i \in \{1,...,n\}$: x_i=0 alors $U(x_1,...,x_n)$=0 donc on sait ainsi d'avance que le panier solution sera nécessairement toujours tel que $\forall i$: x_i >0 donc jamais tel que x_i=0.
Et avoir appris à écrire les CN de Kuhn et Tucker pour la résolution d'un programme d'optimisation sous contraintes égalités et inégalités, permet alors aussi de savoir écrire les CN pour la résolution d'un programme d'optimisation sous contraintes égalités seulement, et qu'on appelle simplement dans le cas sans contraintes inégalités, les CN de Lagrange.

Sa réponse : Merci monsieur, c'est très clair.

QUESTION 8 : Je ne comprends pas le raisonnement qu'il faut avoir dans l'Exercice 05 de Annales-Corr Part2 Chap-2 portant sur "les contraintes inégalités sous lesquelles il est strictement suffisant pour un consommateur de chercher le panier le moins coûteux pour atteindre un niveau d'utilité fixé avec sa fonction d'utilité" ...

> **0,5*** Ecrire les contraintes inégalités sous lesquelles il est strictement suffisant pour un consommateur de chercher le panier le moins coûteux pour atteindre un niveau d'utilité fixé avec sa fonction d'utilité,
> $U(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1x_2)^2(x_3x_4)^4+(x_1+1)x_2(x_3+3)x_4$: $x_1 \geqslant 0$ $\quad x_3 \geqslant 0$

Ma réponse : Quand on cherche à maximiser l'utilité sous la contrainte d'une CBS ou minimiser le coût d'un panier sous la contrainte qu'il confère un niveau fixé d'utilité donc quand on cherche le(s) panier(s) optimal(aux) solution(s), il faut toujours aller préalablement vérifier pour chaque bien i si la fonction d'utilité ne s'annule pas lorsque x_i est nul.
Car si c'est le cas, il pourra alors exister un panier optimal solution avec x_i nul qui sera une solution dite "en coin" et il faudra alors chercher à résoudre le programme sous la contrainte que la solution pourrait être avec x_i nul (càd pas nécessairement avec $x_i>0$) donc imposer à la solution de respecter la contrainte $x_i \geq 0$ dite contrainte de non-négativité de x_i.
Il n'est par contre pas nécessaire d'imposer ce genre de contrainte pour un bien i qui est tel que l'utilité est nulle quand x_i est nul car en pareil cas, la solution pour maximiser l'utilité ou pour atteindre un niveau non-nul d'utilité sera forcément obtenue avec une quantité strictement positive de bien i dans le panier. Est-ce que cela vous permet maintenant de comprendre la réponse à cet exercice ?
Sa réponse : Merci beaucoup, c'est beaucoup plus clair.
QUESTION 9 : J'ai juste une petite question : quand vous dites comme par exemple dans l'énoncé de l'Exercice 11 dans Annales Part2 Chap2 que l'agent est doté d'un revenu réel de 15 unités de bien 2, de ce fait, son revenu nominal dépend du prix du bien 2. Dans ce cas, nous sommes bien d'accord que si le prix du bien 2 varie, dans le calcul du panier final le revenu nominal a donc changé puisqu'il dépend du prix du bien 2 ?
Ma réponse : C'est tout à fait ça !
QUESTION 10 : Dans la partie 2.9 du chapitre 2 de la partie 2 de cours, j'ai noté qu'on ne s'intéressait qu'aux demandes marshalliennes or quand on cherche le panier intermédiaire, selon la méthode Hicks-Allen, on fixe la courbe d'indifférence (passant par le panier de départ) puis on prend le panier au point de tangence avec la CBS la plus basse ce qui correspond au raisonnement que nous avons fait avec les demandes hicksiennes. Est ce que j'ai pris en note une information erronée ou bien la partie 2.9. ne fait écho qu'aux demandes marshalliennes ?
Ma réponse : Je confirme que la partie 2.9 s'intéresse à la variation des demandes marshalliennes d'un agent avec un revenu fixé lorsque le prix d'un des biens a varié. Je confirme aussi que, comme vous le faites remarquer, le panier intermédiaire à la Hicks-Allen est le panier des demandes hicksiennes de cet agent cherchant le panier qui lui coûte le moins avec le système de prix final parmi ceux qui lui procurent alors le même niveau d'utilité que le panier de ses demandes marshalliennes avec le système de prix au départ.
QUESTION 11 : Bonjour, désolé de vous déranger mais je n'arrive pas à comprendre la correction de cette page d'annale, je ne comprends pas lorsqu'on calcule x_1^d pourquoi on divise par (1+2), pourquoi on divise par la même chose dans le calcul de x_1^f. Pouvez-vous détailler ces calculs si possible ?
Ma réponse : Sans voir l'annale en question qui n'a pas été jointe, je crois deviner qu'il s'agit d'un exercice de décompositon de demandes marshalliennes de bien 1 et 2 d'un consommateur Cobb-Douglas avec une utilité $x_1x_2^2$ et qui commence par leurs calculs dans le système de prix "au départ" puis dans celui "à la fin". Il suffit pour ce calcul d'appliquer correctement la formule alors démontrée au bas de la p.40 de la 2nde partie du Cours. Et notamment comme vous l'évoquez, de diviser dans le calcul de x_1^d et de x_1^f par (1+2) qui est tout simplement la somme de l'exposant du bien 1 et du bien 2 dans cette Cobb-Douglas.
Compris ? (si c'était bien ça la question, sinon joindre la copie d'annale).
Sa réponse : Oui sincèrement désolé, j'avais oublié de joindre l'annale par étourderie mais c'était exactement ce que je demandais. Merci à vous.

⟶

QUESTION 12 : Dans l'Exercice 03 de Annales Part2 Chap2 :
j'arrive à faire les 3 premières questions, c'est juste que je bloque au niveau de la 4ème question :

pour en déduire cette décomposition à la **Slutsky** de l'effet de la hausse de p_1 sur la demande du bien 1 :

	Effet de substitution	Effet de revenu ordinaire	Effet de revenu de la dotation	Effet total
0,5*	15 – 20 = –5	10 – 15 = –5	15 – 10 = 5	= –5

Ma réponse : En fait, on y mesure :
- l'effet de substitution en mesurant la différence quand on passe de la quantité demandée au départ à celle demandée après modification du prix, dans le panier intermédiaire atteint sous l'effet de substitution ;
- l'effet de revenu ordinaire en mesurant la différence quand on passe de la quantité demandée sous l'effet de substitution après modification du prix, à celle demandée dans le panier intermédiaire atteint sous l'effet de revenu ordinaire après modification du prix ;
- l'effet de revenu de la dotation en mesurant la différence quand on passe de la quantité demandée sous l'effet cumulé de l'effet de substitution et de l'effet de revenu ordinaire, à celle demandée dans le panier résultant au total de la modification du prix.

Compris ?

Sa réponse : Merci pour votre réponse. C'est beaucoup plus clair maintenant !

QUESTION 13 : Dans cet Exercice :

Compléter les cases **en écrivant obligatoirement** soit, "augmente", "diminue" ou "ça dépend"
(car pour lutter contre des copiages faciles, aucune réponse avec +, – ou ? ne sera validée) :

	si **hausse** du prix du bien i	effet de substitution	effet de revenu	effet total
0,5'	demande d'un bien i **inférieur**	diminue	augmente	ça dépend
0,5'	demande d'un bien i **de Giffen**	diminue	augmente	augmente

je ne comprends pas pourquoi pour la demande du bien i de Giffen, au niveau de l'effet total, c'est l'effet revenu qui l'emporte. Si vous pouvez s'il vous plaît m'expliquer ce point ? D'avance, merci.

Ma réponse : Que l'effet de revenu l'ait emporté lors de la crise de la pomme de terre en Irlande au XIXème siècle a été le constat fait par Giffen qui s'explique par le fait que face au prix devenu exorbitant de la pomme de terre, élément de base de leur alimentation, les pauvres ont dû réallouer leurs dépenses alimentaires en renonçant davantage à des biens de substitution coûteux comme la viande, pour augmenter un peu plus leur demande sur la pomme de terre dont le prix avait pourtant augmenté (cf au bas de la p.51 de la 2nde partie du Cours).

QUESTION 14 : Je ne suis pas arrivée à comprendre l'effet de substitution et de revenu pour le bien normal, inférieur et Giffen même si j'ai relu le cours plusieurs fois et j'ai essayé de faire les exercices dans les annales mais c'est toujours difficile pour moi d'y arriver, pourriez-vous m'expliquer s'il vous plait ?

Ma réponse : La modification du prix d'un bien produit toujours deux effets distincts sur la demande de ce bien et sur celle des autres biens : un effet de substitution et un effet de revenu qui se cumulent pour produire un effet dit total.

Sous l'effet de substitution, quand le prix d'un bien i augmente (respectivement diminue),
la demande de ce bien i diminue (resp. augmente) qu'il soit normal, inférieur ou de Giffen,
et la demande d'un bien j ($\neq i$) augmente (resp. diminue) qu'il soit normal, inférieur ou de Giffen.

La distinction bien normal ou bien inférieur sert à qualifier l'évolution de la demande d'un bien quand le revenu de l'agent se modifie.

Un bien est dit normal quand sa demande augmente (resp. diminue) lorsque le revenu de l'agent augmente (resp. diminue).

Un bien est dit inférieur quand sa demande diminue (resp. augmente) lorsque le revenu de l'agent augmente (resp. diminue).

Alors, sous l'effet de revenu, quand le prix d'un bien i augmente (resp. diminue),
donc quand le revenu réel de l'agent diminue (resp. augmente) et qu'il devient ainsi moins (resp. plus) riche :
si le bien i est normal, sa demande diminue (resp. augmente),
si le bien i est inférieur, sa demande augmente (resp. diminue),
et la demande d'un bien j est alors modifiée de la même façon que celle de i par la modification du prix du bien i car quand le prix d'un bien i augmente (resp. diminue), le revenu réel de l'agent diminue donc :
si le bien j est normal, sa demande diminue (resp. augmente),
si le bien j est inférieur, sa demande augmente (resp. diminue).

Enfin, on dit qu'un bien est ordinaire quand sa demande augmente (resp. diminue) lorsque son prix diminue

(resp. augmente) ; un bien normal est donc un bien ordinaire puisqu'à la fois sous l'effet de substitution et sous l'effet de revenu, sa demande augmente (resp. diminue) lorsque son prix diminue (resp. augmente).
Il vous faut donc maîtriser cet ensemble de connaissances pour être capable de correctement remplir les tableaux des exercices des annales que vous avez évoqués et où doivent être détaillées les conséquences de la modification du prix d'un bien sur sa demande ou sur celle d'un autre bien, selon que ces biens sont du type "normal", "inférieur" ou "de Giffen".

Foire aux questions FAQ supplémentaire

QUESTION 1 : Je vous contacte concernant concernant les exercices 3 et 4 sur les CBIS dans Annales Part1 Chap3. En effet, mes résultats ne correspondent pas aux questions "il préfèrerait strictement alors être soumis à sa CBIS dans un contexte où il pourrait prêter et emprunter à tout taux i tel que ..." Mon problème face à cette question qui revient dans les deux exercices, est de savoir si nous cherchons une valeur de i tel que la CBIS préférable serait celle avec le nouveau taux i, ou bien celle avec les taux i_e et i_p déja donnés dans l'exercice.

.../...

Si cela est possible, pourriez vous m'indiquer comment interpréter ces questions ou alors à quel moment mon raisonnement est mauvais ?

Ma réponse : Dans l'exercice 3, il s'agit de trouver les valeurs de i pour lesquelles, la CBIS passant par $R+x$ dans un contexte de MFP à taux i, se retrouverait strictement au-dessous de la CBIS obtenue à la question 1 et ce serait alors dès que $1+i>2$ donc dès que $i>100\%$ (cf QUESTION 7 dans M3 FAQ Part1 Chap3).

Dans l'exercice 2, il n'était par contre évidemment pas possible de trouver des valeurs de i qui fassent passer une droite de pente $-(1+i)$ traversant R, totalement au-dessous de la CBIS coudée autour de R de la question 1. Comme je forçais quand même à répondre à la question avec des valeurs de i, il suffisait alors de se dire que pour un agent disposant du revenu R, si ses préférences le conduisait plutôt à prêter qu'à emprunter, il préfèrerait strictement se retrouver dans un contexte où $i>50\%(=i_p)$ et si ses préférences le conduisait plutôt à emprunter qu'à prêter, il préfèrerait strictement se retrouver dans un contexte où $i<200\%(=i_e)$ d'où la réponse donnée pour respecter tout type de préférences de l'agent. Je reconnais volontiers que dans ce contexte d'exercice, cette question 2 a pu s'avérer ambiguë et qu'elle ne serait donc pas à renouveler !... Aucune ambiguïté par contre dans la Question 5 bis p.2 dans M3 QCM3.

QUESTION 2 : J'ai deux questions concernant les conditions de Kuhn et Tucker :

1) Je n'arrive pas à comprendre les conditions de Kuhn et Tucker (3) et (4) dans l'exemple que vous avez donné au Chapitre 2 de la 2nde partie du cours. D'où provient la nécessité de ces égalités ? Et n'impliquent-elles pas (en combinaison avec (7) et (8)) que $h(x)=b$ et que $x=0$?

2) Je ne comprends pas l'utilité des conditions (7) et (8) ni pourquoi lorsqu'on minimise une fonction il faut inverser le sens de l'inégalité en (7) et (8).

J'imagine qu'une fois que je comprendrais (3) et (4) je comprendrai (7) et (8), pourriez vous m'expliquer ?

Ma réponse : En fait, vous devez juste apprendre à écrire correctement ces conditions conformément au théorème de Kuhn et Tucker correspondant aux conventions d'écriture du Lagrangien généralisé car c'est la démonstration de ce théorème, plus tard, en cours de Mathématiques qui permettra de vous les justifier et faire comprendre.

En attendant ce jour pour vous, nous nous contentons donc en cours de Microéconomie d'appliquer un théorème qui nous dit quelles sont les conditions que doivent vérifier les valeurs des multiplicateurs des contraintes inégalités du programme, pour trouver la solution du programme de maximisation ou de minimisation sous ces contraintes inégalités, qu'on veut résoudre.

Pour chaque contrainte inégalité (par exemple $x_1 \geq 0$), que doit respecter la solution, il y a alors toujours 2 conditions supplémentaires à respecter qui dépendent de notre convention d'écriture de la prise en compte des contraintes inégalités dans le Lagrangien généralisé :

que le produit de la fonction de contrainte dans cette inégalité (obtenue en l'écrivant sous la forme <0) par son multiplicateur (par exemple β) doit être égal à 0,

et une condition de signe sur le multiplicateur de cette contrainte inégalité, qui doit être ≤ 0 quand il s'agit d'un programme de minimisation et ≥ 0 quand il s'agit d'un programme de maximisation.

Ce que nous dit alors logiquement, par exemple, la condition $\beta x_1=0$, c'est que si la solution est finalement du type $x_1>0$ donc pas du type $x_1=0$, cela implique que le multiplicateur β doit être nul car il n'est plus alors nécessaire dans le Lagrangien qui doit nous servir à résoudre le programme, de prendre en compte cette inégalité au sens large devenue non contraignante puisque non saturée (càd non vérifiée à l'égalité).

Cette condition a donc un lien direct avec le fait que la solution soit obtenue avec la saturation ou pas de l'inégalité mais pas de lien direct avec le fait qu'on ait un programme de minimisation ou de maximisation à résoudre ; c'est par contre la condition de signe pour β qui est en lien avec notre convention d'écriture de la prise en compte des contraintes inégalités dans le Lagrangien et avec le fait qu'on résoud un programme de minimisation ou de maximisation.

En espérant avoir pu répondre à votre curiosité sur cette question.